

INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS
CAMPUS SÃO JOÃO EVANGELISTA
ALEXANDRE NASCIMENTO AMORIM; LUIZ OTÁVIO ABI-ACL ALMEIDA

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
(OBMEP): UMA POSSIBILIDADE DE ABORDAGEM DA ESCRITA
MATEMÁTICA

SÃO JOÃO EVANGELISTA
2016

ALEXANDRE NASCIMENTO AMORIM; LUIZ OTÁVIO ABI-ACL ALMEIDA

**OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
(OBMEP): UMA POSSIBILIDADE DE ABORDAGEM DA ESCRITA
MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais *campus* São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Silvino Domingos Neto

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2016

FICHA CATALOGRÁFICA

A525o Amorim, Alexandre Nascimento; Almeida, Luiz Otávio Abi-acl
2016

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): uma possibilidade de abordagem da Escrita Matemática. / Amorim, Alexandre Nascimento; Almeida, Luiz Otávio Abi-acl. – 2016. 40f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2016.

Orientador: Prof. Me. Silvino Domingos Neto.

1. Escrita Matemática. 2. OBMEP 3. PIBID. I. Alexandre Nascimento Amorim. II. Luiz Otávio Abi-acl Almeida. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. IIII. Título.

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
Campus São João Evangelista

Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

ALEXANDRE NASCIMENTO AMORIM; LUIZ OTÁVIO ABI-ACL ALMEIDA

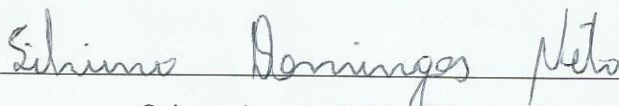
OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
(OBMEP): UMA POSSIBILIDADE DE ABORDAGEM DA ESCRITA
MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais *campus* São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Silvino Domingos Neto

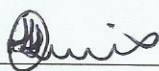
Aprovado em:23..... /11..... /2016.....

BANCA EXAMINADORA




Orientador: Prof. Me. Silvino Domingos Neto

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista



Prof.ª Ma. Silvânia Cordeiro de Oliveira

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista



Prof. Me. Tiago de Oliveira Dias

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista

AGRADECIMENTOS

Agradecemos, primeiramente, ao Nosso Deus, Senhor Jesus Cristo, por muito mais do que conceder-nos esse sonho, Ser Quem Ele é.

Eu, Alexandre, agradeço aos meus familiares, em especial minha mãe Ivanildes e meu pai Antônio, que nunca mediram esforços para que eu e minha irmã estudássemos e nos tornássemos bons cidadãos. À minha irmã Nathy, por seu incentivo e companheirismo durante todo o curso. Agradeço aos meus amigos do Grupo Fragmentos do Teatro, que foram uma válvula de escape durante os momentos tensos e difíceis. Em especial, a Ana Lúcia por sua parceria, compreensão e apoio e às professoras, Ana Cristina e Elaine, pelo incentivo à profissão.

Eu, Luiz Otávio, agradeço à minha família, em especial à minha avó Laura, pelo amor e exemplo. À minha mãe Izabel e ao meu pai Altair, pelos valores que me ensinaram. Ao meu tio Gerson, pela ajuda prestada nesse período que estive estudando e à tia Eunice, que sempre se manteve por perto cuidando de mim. Agradeço à Leila Bretas, minha professora de Geografia no meu período de Ensino Médio, a qual me moldou silenciosamente, tornando-me um homem que observa a vida e o mundo de uma maneira mais sábia. Ao meu professor de Matemática, Juraci, e à minha professora de História, ambos no Ensino Médio, os quais influenciaram grandemente na escolha e aceitação do meu dom de estar professor. Agradeço ao Marquinhos e sua família, que me cuidam como filho. Meu pai em Deus! Agradeço aos meus grandes amigos, Shayane, Guilherme, Nathan e Clinton, os quais são minhas colunas, mantendo-me de pé quando meus passos vacilam. São minhas preciosidades, a minha irmandade que veio do céu!

Agradecemos à equipe do PIBID/IFMG/SJE, que nos possibilitaram experiências diretas na Educação Básica em participação do programa, sendo de grande valia, afinal, foi também desta participação que surgiu a ideia dessa pesquisa; assim como nos forneceu complementação curricular e publicações em eventos em todo país, mostrando um pouco do produto do trabalho desenvolvido nas escolas públicas da nossa região.

Agradecemos ao IFMG *campus* São João Evangelista por todo o suporte e oportunidades oferecidos quanto à nossa formação profissional, bem como a pessoal. Agradecemos, também, aos nossos professores e amigos, Silvino, Jossara, Danielli, Denília, Rodney, Tiago Dias, Silvânia e Thiago Rodrigues.

De forma especial, agradecemos ao nosso orientador e amigo, Silvino, que sempre nos foi muito prestativo e dedicado quanto à orientação, nos incentivando a lutarmos pelo melhor.

“[...] o conhecimento exalta, mas o amor edifica.”

(1 Coríntios 8: 1 – Bíblia Sagrada)

*“Um escritor não é tanto aquele que tem algo a dizer, e
sim alguém que encontrou um processo de trazer à
tona novas ideias, que não teriam sido pensadas se ele
não tivesse começado a escrevê-las.”*

(STAFFORD)

RESUMO

O presente estudo trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo que visa à análise da Escrita Matemática de alunos participantes da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). A análise provém de questões resolvidas por alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental classificados para a 2ª fase da Olimpíada. Diante de experiências vivenciadas pelos pesquisadores, decidiu-se a realização desta pesquisa norteadas pela questão: de maneira complementar, as questões propostas pela OBMEP podem contribuir para o desenvolvimento da Escrita Matemática de alunos da Educação Básica na sala de aula? Assim, foi estabelecido o seguinte objetivo para o estudo: analisar a Escrita Matemática apresentada pelos estudantes, partindo das resoluções de questões das provas e bancos de questões da OBMEP, tendo, como resultados esperados: colaborar para o processo de interpretação de problemas em Matemática; incentivar o processo de Escrita Matemática; auxiliar na construção e aperfeiçoamento da Escrita Matemática; e contribuir no resultado de premiados na OBMEP. A pesquisa se desenvolveu em uma escola pública da cidade de São João Evangelista - MG, parceira do PIBID do subprojeto de Matemática do IFMG *campus* SJE. Com a análise, pode-se considerar que a proposta oferecida pela OBMEP é de valia no que se refere ao estudo de Matemática e que os alunos apresentam promissora habilidade em desenvolver a Escrita Matemática, segundo o que se espera da olimpíada.

Palavras-chave: Escrita Matemática, OBMEP, PIBID.

ABSTRACT

The present study deals with a qualitative research that aims the analysis of the Mathematical Writing of students participating in the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP). The analysis comes from questions solved by 6th and 7th grade elementary students classified for the 2nd phase of the Olympiad. In view of the experiences of the researchers, it was decided to carry out this research guided by the question: In a complementary way, can the questions proposed by the OBMEP contribute to the development of Mathematical Writing of students of Basic Education in the classroom? Thus, the following objectives were established for the study: to analyze the Mathematical Writing presented by the students starting from the resolutions of questions of the tests and banks of questions of the OBMEP, having, with results waited: collaborate for the process of interpretation of problems in Mathematics; encourage the process of Mathematical Writing; assist in the construction and improvement of Mathematical Writing; and contribute to the winners' results in the OBMEP. The research was developed in a public school in the city of São João Evangelista - MG, partner of PIBID of the Mathematics subproject of the IFMG SJE campus. With the analysis, it can be considered that the proposal offered by OBMEP is of value in the study of Mathematics and that the students present promising ability to develop the Mathematical Writing according to what is expected to the Olympiad.

Keywords: Mathematical Writing, OBMEP, PIBID.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA ATUALIDADE.....	13
2.2	ESCRITA MATEMÁTICA.....	14
2.3	OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP).....	16
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	19
3.1	SUJEITOS DA PESQUISA E INSTRUMENTOS UTILIZADOS	19
3.2	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	20
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	22
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	35
	REFERÊNCIAS	37
	ANEXOS	39
	APÊNDICES	41

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Questão 4 a) da prova de 2015.....	22
Figura 2 - Resolução do aluno A2	22
Figura 3 - Resolução do aluno A3	23
Figura 4 - Questão 4 b) da prova de 2015	23
Figura 5 - Resolução do aluno A3	23
Figura 6 - Resolução do aluno A4	24
Figura 7 - Questão 4 c) da prova de 2015	24
Figura 8 - Resolução do aluno A1	24
Figura 9 - Resolução do aluno A3	25
Figura 10 - Questão 4 d) da prova de 2015	25
Figura 11 - Resolução do aluno A2	26
Figura 12 - Resolução do aluno A4	26
Figura 13 - Questão 2 do banco de questões de 2016	27
Figura 14 - Resolução do aluno A3	27
Figura 15 - Resolução do aluno A5	27
Figura 16 - Questão 3 da prova de 2015	28
Figura 17 - Resolução do aluno A1	28
Figura 18 - Resolução do aluno A2	29
Figura 19 - Questão 3 b) da prova de 2015	29
Figura 20 - Resolução do aluno A2	30
Figura 21 - Questão 20 do banco de questões de 2015	30
Figura 22 - Resolução do aluno A1	31
Figura 23 - Resolução do aluno A3	31
Figura 24 - Questão 22 do banco de questões de 2015	32
Figura 25 - Resolução do aluno A1	32
Figura 26 - Resolução do aluno A2	32
Figura 27 - Resolução do aluno A3	33

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de cunho qualitativo, pois busca identificar a Escrita Matemática na resolução de questões retiradas do banco de questões e das provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), realizadas por estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental da Escola Estadual “Monsenhor Pinheiro”, aprovados para a 2ª fase da OBMEP. Essa é realizada anualmente nas escolas públicas de maneira facultativa, para alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio, com o intuito de encontrar e incentivar novos talentos na área de Matemática (OBMEP, 2016).

O desenvolvimento do trabalho tem, como foco, a Escrita Matemática, uma habilidade dissertativa em resolver problemas matemáticos que serve de auxílio para o estudo da disciplina. Os principais instrumentos de trabalho e objetos de aplicação são as provas e os bancos de questões da OBMEP.

A idealização da pesquisa dá-se pela atuação dos autores enquanto bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID¹).

Diante disso, no primeiro semestre de 2015, os autores, desenvolvendo uma das atividades contempladas para suas respectivas escolas parceiras, realizaram um trabalho de preparação para a 1ª fase da OBMEP e obtiveram, dentre o grupo que desenvolviam os estudos, 9 (nove) selecionados para a 2ª fase. Ao retomar o trabalho em agosto, foram apresentadas dificuldades por parte dos estudantes na descrição do raciocínio matemático das questões propostas no banco de questões da OBMEP. Então, surgiu mais um desafio para nós, enquanto bolsistas: o de auxiliá-los na descrição dos métodos utilizados nas resoluções dos problemas, uma vez que, até mesmo enquanto graduandos do curso de Licenciatura em Matemática se depararam com complexidade semelhante. Essa experiência trouxe consigo questionamentos e confrontos quanto à prática docente e, paralelamente, quanto à inquietação referente à Escrita Matemática dos estudantes.

Mediante tais experiências, surgiu a seguinte questão norteadora: **de maneira complementar, as questões propostas pela OBMEP podem contribuir para o desenvolvimento da Escrita Matemática de alunos da Educação Básica na sala de aula?**

¹ O PIBID é uma iniciativa para o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a Educação Básica. O programa concede bolsas a alunos de licenciatura participantes de projetos de iniciação à docência desenvolvidos por Instituições de Educação Superior (IES) em parceria com escolas de Educação Básica da rede pública de ensino. Os projetos devem promover a inserção dos estudantes no contexto das escolas públicas desde o início da sua formação acadêmica para que desenvolvam atividades didático-pedagógicas sob orientação de um docente da licenciatura e de um professor da escola. (CAPES, 2008, s.p).

Acredita-se que a Escrita Matemática pode ser desenvolvida a partir de resoluções de questões da OBMEP e de sua proposta referente à segunda fase, uma vez que possibilita a demonstração organizada do raciocínio, permitindo a revisão e a consolidação do que se é assimilado.

O principal objetivo desta pesquisa é analisar a Escrita Matemática apresentada pelos estudantes, partindo das resoluções de questões das provas e bancos de questões da OBMEP.

Para alcançar o nosso objetivo, visa-se os seguintes resultados: colaborar para o processo de interpretação de problemas em Matemática; incentivar o processo de Escrita Matemática; auxiliar na construção e aperfeiçoamento da Escrita Matemática; e contribuir no resultado de premiados na OBMEP.

O presente trabalho foi dividido em tópicos para melhor leitura e compreensão. Inicialmente, é apresentada esta introdução, a justificativa para sua realização, a questão norteadora permeada diante das experiências relatadas na justificativa, a possível resposta para a questão e os objetivos que se pretende alcançar. Em seguida, apresenta-se o referencial teórico, cujo intuito é discutir junto a outros autores sobre a perspectiva da adoção da Escrita Matemática no processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática tendo, como exemplo, a proposta da OBMEP. Em um terceiro momento, são descritos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, os materiais e métodos, os sujeitos da pesquisa, bem como a descrição das atividades realizadas. Após, são apresentados os resultados e discussões referentes ao que foi desenvolvido durante a realização da pesquisa, acompanhados pelas considerações finais mediante os resultados alcançados no trabalho. Por fim, encontram-se as referências utilizadas, os apêndices e anexos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste tópico, apontam-se autores que promovem reflexões acerca do Ensino e Aprendizagem de Matemática na Atualidade, Escrita Matemática como uma metodologia contributiva para a aprendizagem e OBMEP como uma possível ferramenta de auxílio para se trabalhar a escrita, assim como desenvolvê-la.

2.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA ATUALIDADE

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 27) ressaltam que a Matemática dá “sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.”.

Quando trata-se do desenvolvimento da autonomia do indivíduo, bem como, sua independência em exercer seu papel social, Alves (2006) coloca que é função do professor

[...] promover um ensino de matemática que proporcione aos alunos experiências diversificadas, levando-os a reconhecer e valorizar o desenvolvimento e a contribuição da Matemática na vida da humanidade, além de oportunizar atividades de investigação, nas quais explorem e façam tentativas de erros e acertos, incluindo exercícios de leitura, escrita e discussão matemática, o que leva o aluno a aprender a conjecturar, argumentar e adquirir autoconfiança. (ALVES, 2006, p.23).

Mediante essa realidade, é uma tarefa às metodologias de ensino romper com os paradigmas de mecanização e repetição de algoritmos nas aulas de Matemática, as quais no meio educacional, ainda estão impregnadas, como afirma Ruiz (2001). Para ele:

[...] a escola, muita presa a uma cultura que privilegia detalhes, assume a postura de guardião da Matemática escolar. Impõe aos alunos uma obediência cega às definições, aos algoritmos etc. [...] A escola não tem percebido a Matemática como um objecto sobre o qual se pode actuar, inventar, reinventar... Mas como um objecto para ser reproduzido fielmente, sem modificações. (RUIZ, 2001, p.7).

Nesse sentido, de acordo com Rabelo (2002, p.18), “o ensino, de um modo geral, está baseado em um modelo de educação que trata o conhecimento matemático como um conjunto de fatos, leis e fórmulas prontas, fechadas e de difícil compreensão, não admitindo mudanças”.

No tópico “Aluno e o Saber Matemático”, dos PCN (BRASIL, 1997, p.29), é descrita uma perspectiva na qual a aprendizagem Matemática ainda é viabilizada pela reprodução de procedimentos e superlotação de informações, de modo que a capacidade do aluno é desacreditada quando este não atinge o desejado. Nisso, alunos são tachados e/ou

considerados como desprovidos de luz e continuam no processo de reproduzir o que é teoricamente ensinado ao invés de serem independentes quanto às descobertas que o conhecimento propicia.

Para viabilizar transformações profícuas na Educação quanto à realidade do ensino e aprendizagem em Matemática no Brasil, Dante (2009, p.9) enfatiza a necessidade de se realizar mais estudos e pesquisas na Educação Matemática, pois “[...] apontam que é necessário enfatizar mais a compreensão, o envolvimento do aluno e a aprendizagem por descoberta. Ambos, compreensão e descoberta, exigem mais pensamento. E mais pensamento implica maior uso de atividades de resolução de problemas”.

Portanto, as pesquisas e estudos desenvolvidos na Educação Matemática têm potencializado o universo educacional para se aperfeiçoarem as metodologias que reformulam o ensino e aprendizagem de Matemática, de modo que permitam ao aluno descobrir e conhecer suas habilidades e as aprimorarem.

Pais (2006) coloca que

[...] a compreensão dos diferentes tipos de representação dos conceitos matemáticos interfere fortemente no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Como a linguagem matemática não é um organismo fechado em si mesmo nem subsiste sem uma convivência direta com as outras formas de comunicação, é preciso articular o uso dos símbolos matemáticos com outras linguagens para facilitar a elaboração de conceitos. (PAIS, 2006, p.69).

2.2 ESCRITA MATEMÁTICA

A Escrita Matemática trata-se de uma recente tendência em Educação Matemática, a qual incorpora a linguagem simbólica ao registro descritivo do raciocínio e métodos utilizados para a resolução de problemas. É definida por Carla de Mesquita (2016, p.6) como uma “[...] descrição em prosa dos pensamentos matemáticos desenvolvidos conjuntamente com a escrita simbólica. É uma escrita aberta, multilinguística que trama símbolo e prosa”. Pais (2006) substancia o que se refere ao Ensino de Matemática, afirmando que

[...] frases isoladas, somente como símbolos aritméticos ou algébricos não têm poder expressivo de comunicação sem a articulação com a linguagem natural. A simbologia universal da Matemática serve como fonte de referência para a elaboração da objetividade, mas sua aprendizagem requer esse consórcio com outras formas de comunicação: língua falada ou escrita, ícones, desenhos. (PAIS, 2006, p. 70).

Essa tendência vem ao encontro com outras de maneira complementar, sendo uma das ferramentas para a construção do processo de aprendizagem como enfatizado por Powell e Bairral (2006):

A escrita é uma ferramenta importante para desenvolver a cognição e fomentar o aprendizado matemático. A cognição matemática deve ser desenvolvida em contexto de produção que vai além da expressividade e da individualidade. Deve promover reflexão crítica, bem como preconizar processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sob as experiências individuais e coletivas. (POWELL e BAIRRAL, 2006 p. 101)

Em sua obra, estes autores afirmam a relevância e o efeito que a Escrita Matemática pode ter nos hábitos escolares dos alunos quando se trata de estudar Matemática, tais efeitos podem surgir de forma positiva como destacado por Smole (2001):

Escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. [...] o aluno tem oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se pudesse reflectir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu. (SMOLE, 2001, p.31).

Em relação à Escrita Matemática, Bezerra e Buriasco (2011) ressaltam a importância da escrita e de sua análise e da relação que é criada entre o professor e o aluno por meio dela. Segundo eles:

Uma possibilidade de obter informações a respeito da aprendizagem dos alunos é realizar a análise da produção escrita que pode constituir-se em fonte de comunicação entre professor e aluno, permitindo ao professor conhecer detalhadamente os modos de compreensão dos alunos, os caminhos percorridos, as dificuldades apresentadas, as estratégias e os procedimentos utilizados, e ao aluno acompanhar o desenvolvimento da sua aprendizagem. (BEZERRA; BURIASCO, 2011, p.373).

Quanto à independência e à aprendizagem proporcionadas pela Escrita Matemática, Barbosa, Nacarato e Penha (2008, p.82) salientam que “a escrita na aula de matemática faz com que o aluno reflita sobre seu próprio pensamento, ou seja, reflita criticamente sobre suas experiências matemáticas, possibilitando que o aprendizado se torne ativo e não passivo”. É uma maneira de cada indivíduo exprimir seu raciocínio contendo aspectos e estilos próprios, tornando possíveis a análise dos passos e as descobertas advindas do desenvolvimento tanto pelo estudante quanto pelo professor, constituindo-se uma ferramenta que conduz à aprendizagem matemática.

Percebe-se, então, como a Escrita Matemática vem ao encontro do processo de aprendizagem, como colocado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) ao ilustrarem a realidade vivida pelos alunos e enfatizarem a importância do uso da escrita como um “relatório”, sendo

uma ferramenta na assimilação de conteúdos matemáticos através de métodos de investigação. Na opinião deles,

Os alunos estão habituados a escrever respostas sintéticas em Matemática, quando muito apresentando os cálculos usados para obtê-las e, por isso, faz-lhes muitas vezes confusão o pedido de descrever os processos usados, em especial no que respeita às estratégias tentadas e abandonadas e às conjecturas testadas e rejeitadas. Para os alunos, fazer esse tipo de relatório é, também, uma aprendizagem. O fato de haver indicações escritas permite a sua re-leitura em diversos momentos, mas não dispensa a necessidade de conversar com os alunos sobre o que se pretende e o modo de concretizá-lo. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p.116).

Pensando dessa forma, entende-se que a escrita é uma via que possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico-crítico, uma vez que a real aprendizagem em Matemática está ligada ao fato da compreensão, execução e modificação de procedimentos e não a mecanização imposta por algoritmos. Esses podem estar presentes, afinal, fazem parte da linguagem Matemática, mas, não necessariamente, precisam ser os personagens principais. Assim, cabe ao profissional da Educação, propriamente o professor, oportunizar esse desenvolvimento da linguagem nas aulas de Matemática e utilizar-se de ferramentas que possibilitem e incentivem a Escrita Matemática.

Uma realidade bem presente nas escolas públicas brasileiras, que possibilita uma abordagem e oferece materiais para que se trabalhe a escrita, é a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), discutida a seguir.

2.3 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP)

Bragança (2013) descreve que uma Olimpíada de Matemática consiste em uma competição de conhecimentos matemáticos. Essas competições já existem desde os matemáticos antigos que debatiam saberes entre si, que, em praças públicas ou através de cartas, promoviam debates sobre descobrimentos e desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Atualmente são promovidas Olimpíadas de Matemática por todo o mundo e Bragança (2013, p.7) diz que “o estilo das provas é variado, passando por questões objetivas e discursivas, com um número de questões que também varia de uma competição para outra em diversos níveis de ensino”. Todeschini (2005) complementa a fala de Bragança descrevendo que:

[...] de um modo geral, uma Olimpíada de Matemática é composta por provas envolvendo problemas matemáticos instigantes que exigem dos competidores, além de um conhecimento básico dos conteúdos matemáticos, uma capacidade imaginativa e interpretativa, necessitando normalmente de criatividade e improvisação para serem resolvidos. (TODESCHINI, 2005, p.11).

A OBMEP é uma olimpíada realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), promovida com recursos do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC), objetiva o estímulo no estudo e desenvolvimento da Matemática e tem, como “competidores”, alunos das escolas públicas municipais, estaduais e federais do país.

Alguns programas foram criados com intuito de incentivo e desafio aos estudantes, como o Clube de Matemática; de apoio aos professores, como o Portal da Matemática e o Programa OBMEP na Escola; os programas de Iniciação Científica Jr. (PIC) e os Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI), que se destinam a estudantes medalhistas e de séries a partir de 8º ano até Ensino Médio; o Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), destinado a alunos de graduação anteriormente medalhistas; e bancos de questões e provas antigas, que servem como suporte tanto ao professor como aos alunos para desenvolverem pesquisas ou estudos.

A Olimpíada subdivide os estudantes em três níveis:

- Nível 1: alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental;
- Nível 2: alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental;
- Nível 3: alunos do Ensino Médio.

Ela é constituída de duas fases. A primeira trata-se de uma prova com 20 questões objetivas com 5 alternativas e a segunda fase é composta por 6 questões, sendo essas exigentes quanto à descrição do raciocínio e métodos utilizados para resolução das questões. São participantes dessa fase somente 5% dos estudantes que obtiveram as melhores notas na primeira fase em cada nível de competição.

A segunda fase da OBMEP permite ao professor um trabalho com questões dissertativas de modo que desenvolva a escrita. Em entrevista a professores quanto à perspectiva da avaliação da OBMEP e as reflexões para a sala de aula, Todeschini (2005, p.43), os questiona: “Na avaliação, como você considera a parte da resolução e da resposta final? Qual o peso de cada parte?”. Percebe-se que, o autor, ao analisar a entrevista, enfatiza a ligação existente entre a formação do professor e o método de avaliação proposto na segunda fase da OBMEP, afirmando que:

No momento da avaliação, toda a escrita do aluno, todo o desenvolvimento da resposta é considerado. Apesar destes serem fatos possíveis de se observar nas provas da OBMEP, de um modo geral não é este o motivo para os professores agirem desta forma, a relação maior é com a própria formação deles. (TODESCHINI, 2005, p.46).

Deixa-se claro que esta pesquisa não trata de avaliação. Somente ressalta-se que as exigências quanto ao método de avaliação da OBMEP se correlacionam à análise feita pelo professor ao analisar as respostas dos alunos, de modo que, **avaliar** trata-se de examinar o **processo** de aprendizagem.

Quanto as olimpíadas, Bragança (2013, p.7) frisa que “nas provas discursivas presa-se pelo rigor lógico, clareza de exposição e elegância nas resoluções”. Portanto, na OBMEP, diferente da primeira fase, o aluno, ao se submeter às questões discursivas, tende a assumir um posicionamento autônomo. Em sua resolução, deve usufruir de seus conhecimentos e destrezas, sabendo sintetizá-la de forma clara e sucinta para a futura análise dos avaliadores da OBMEP. Ainda com relação a essa fase, Todeschini (2005) coloca que:

Nesta fase, as questões são dissertativas, não bastando ao aluno apresentar a resposta final, é necessário mostrar o desenvolvimento, explicar como se chegou à resposta. Esta é uma proposta válida, visto que desta forma os alunos devem desenvolver sua escrita e raciocínio, devem ter clareza nas ideias para poder expressá-las, porém eles nem sempre estão acostumados a este tipo de abordagem, tendo dificuldades para a resolução das questões. (TODESCHINI, 2005, p.16).

Vê-se, portanto, que a Escrita Matemática é parte essencial no que se refere à resolução de questões da OBMEP.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são descritos os procedimentos metodológicos para a realização da pesquisa, assim como a caracterização e justificativa da escolha dos sujeitos da pesquisa e dos instrumentos utilizados para sua efetivação.

3.1 SUJEITOS DA PESQUISA E INSTRUMENTOS UTILIZADOS

A presente pesquisa foi realizada em uma escola parceira do PIBID do subprojeto de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais *campus* São João Evangelista, a saber, Escola Estadual “Monsenhor Pinheiro”, localizada na Rua Coronel Antônio Borges do Amaral, número 494, Centro, São João Evangelista-MG.

Os participantes escolhidos para a realização da pesquisa são estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental do turno matutino, com faixa etária entre 10 e 13 anos, correspondentes ao nível 1 da OBMEP estabelecido pelas suas normas e aprovados para sua segunda fase em 2016. A preferência pelo nível 1 dá-se, primeiramente, pela afinidade desenvolvida, desde 2015, com os estudantes, uma vez que, boa parte deles está novamente selecionada em 2016. Outro motivo é a existência de interesse em como se desenvolve a descrição do raciocínio matemático de estudantes que, até pouco tempo, estavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A escolha da Escola Estadual “Monsenhor Pinheiro” se justifica devido à relação já existente de um dos pesquisadores com a escola, proveniente da atuação como ex-bolsista do PIBID nessa instituição.

A proposta de analisar a resolução dos alunos às questões em um “treinamento” para a segunda fase da OBMEP e, paralelamente, influenciar no resultado de medalhistas na escola, foi apresentada à direção. Após aprovada, foi informada ao professor de Matemática, como também os alunos envolvidos, que firmaram o compromisso com a pesquisa através do Termo de Compromisso Livre Esclarecido assinado pelos seus responsáveis legais, pelo professor, pela direção e pelos pesquisadores (ANEXO A).

Os instrumentos utilizados tratam-se de questões indicadas aos candidatos do nível 1, referentes à segunda fase da OBMEP retiradas da prova de 2015 e do banco questões de 2015 e 2016, disponíveis no site oficial da olimpíada² (presentes no decorrer do trabalho e também

² Disponíveis no site oficial da OBMEP: OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **12ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. OBMEP 2016. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 22 maio 2016.

no Anexo B). Tais questões foram escolhidas pensando nos conteúdos matemáticos para este nível de escolaridade, correspondendo ao que é definido pelo PCN (BRASIL, 1997) e referentes aos conteúdos a serem tratados no Ensino Fundamental. De acordo com o documento em questão,

Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria). [...] Embora nestes Parâmetros a Lógica não se constitua como bloco de conteúdo a ser abordado de forma sistemática no ensino fundamental, alguns de seus princípios podem ser tratados de forma integrada aos demais conteúdos, desde as séries iniciais. (BRASIL, 1997, p.38).

Portanto, as questões para aplicação escolhidas abrangem conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria e Lógica interligada às primeiras.

3.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

A aplicação das atividades foi feita em sete encontros com duração de 2h cada, nas dependências da escola, antecedendo a data da segunda fase da OBMEP 2016, em compatibilidade de horários entre os aplicadores e sujeitos da pesquisa no contra turno escolar.

O primeiro encontro deu-se para a apresentação do projeto, a perspectiva para sua realização e a discussão de como seria realizado, de acordo com a disponibilidade dos pesquisadores, alunos e escola. No período entre o segundo e o sexto encontros, foram aplicadas as questões aos alunos, os quais as desenvolviam conjuntamente e, quando necessário, haviam mediações dos pesquisadores. A quantidade de questões variava, conforme o desempenho dos sujeitos da pesquisa. O último encontro ocorreu após a realização da segunda fase da olimpíada (realizada no dia 10 de setembro) e teve o intuito de promover uma discussão sobre a experiência dos alunos ao fazerem a prova da OBMEP 2016, sua visão quanto aos problemas matemáticos e o seu desempenho no desenvolvimento da Escrita Matemática.

O principal obstáculo na realização dos encontros foi a disponibilidade de espaço, que a escola não possui. Por isso as atividades foram realizadas em um cômodo utilizado como um depósito de cadeiras que não estão em uso, ou, às vezes, na biblioteca da escola, a qual é movimentada durante as aulas e um pouco apertada (FIG. 1). Outra dificuldade era a ausência de mesas e cadeiras que comportassem todos, quadro, entre outros materiais.

Independente das atividades serem realizadas diante desses contratemplos, os alunos não manifestaram grandes dificuldades no entendimento e descrição do raciocínio e métodos, pois, como mencionado, no ano anterior já haviam participado desses encontros com um dos autores via PIBID e, supõe-se que estes encontros anteriores tiveram forte influência nos métodos de resolução de exercícios pelos alunos. Porém, haviam novos selecionados na segunda fase da OBMEP no grupo estudado, mas que entraram no ritmo com facilidade e dedicação.

Quanto aos pesquisadores, seus papéis foram de mediadores e orientadores, possibilitando que os alunos atuassem como personagens principais no desenvolvimento das resoluções.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O processo utilizado para alcançar os resultados esperados deu-se pela análise e discussão dos procedimentos da Escrita Matemática na resolução de questões de alguns dos alunos participantes da pesquisa, denominados como A1, A2, A3, A4, A5³.

Por se tratar de um estudo cujo principal objetivo é analisar os registros feitos pelos alunos ao resolverem as questões, optou-se por uma pesquisa qualitativa, por meio da qual o processo de análise foi realizado à luz das orientações presentes no livro de Laurence Bardin (1997), visto que define um conjunto de técnicas que possibilita a investigação, análise e interpretação de comunicações.

Cada questão apresentada é discutida examinando as respostas dos alunos, das quais foram escolhidas algumas para essa análise. A justificativa para a escolha de cada resolução vem das diferenças e semelhanças detectadas nas primeiras leituras e averiguações realizadas pelos pesquisadores.


Figura 1 - Questão 4 a) da prova de 2015

4. Juca listou todos os números que podem ser escritos, da esquerda para a direita, obedecendo às seguintes regras:

- não começar com zero;
- não repetir algarismos;
- acrescentar um novo algarismo somente se for múltiplo ou divisor do último algarismo escrito;
- continuar a escrita do número enquanto for possível acrescentar um novo algarismo.

Por exemplo, o número 2015 está na lista de Juca, pois ele é escrito começando com 2, que é diferente de 0, depois com 0, que é múltiplo de 2, depois com 1, que é divisor de 0, e seguido de 5, que é múltiplo de 1. A escrita termina com 5, pois este algarismo não é múltiplo nem divisor dos algarismos que ainda não foram escritos (3, 4, 6, 7, 8 e 9).

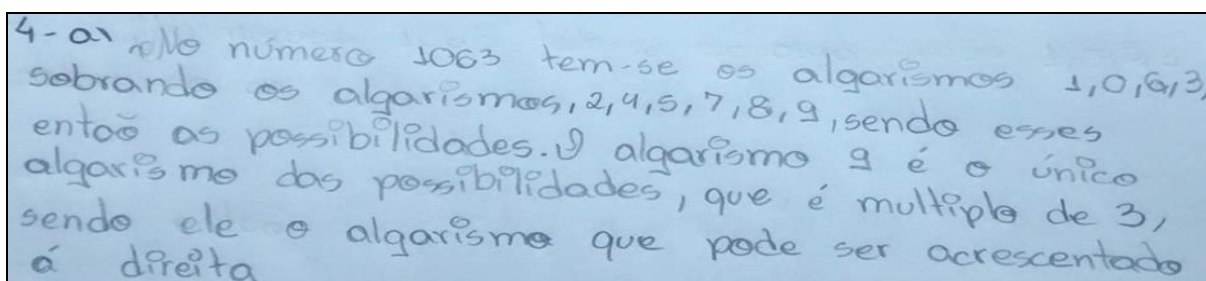
a) O número 1063 não está na lista de Juca, pois é possível acrescentar um último algarismo à direita do 3. Qual é esse algarismo?



Fonte: OBMEP (2016).

Entre as resoluções para a questão, o aluno A2 apresentou a seguinte resposta (FIG. 2).

Figura 2 - Resolução do aluno A2



Fonte: Dados da pesquisa.

³ A fim de resguardar a identidade dos sujeitos dessa pesquisa utilizou-se de letra e números para identificá-los.

Já o aluno A3 respondeu à questão da seguinte forma (FIG.3):

Figura 3 - Resolução do aluno A3

40) Algarismo 9. Pois ele é múltiplo de 3 que é o algarismo da unidade do número 1063 ($3 \times 3 = 9$)

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que na resolução dessa questão, o aluno A2 teve bom desempenho na descrição do raciocínio, apresentando controle da escrita intercalada aos termos matemáticos, como defendido por Mesquita (2016). Também a compreensão da Aritmética envolvida e o conceito de divisores e múltiplos de um número natural estão bem elencados. Já o aluno A3 instiga que compreende o que é exigido, mas não esclarece o raciocínio utilizado, sendo que a resposta poderia ser complementada colocando que o algarismo 3 é o único divisor de 9 e que, dentro das possibilidades (2, 4, 5, 7, 8), não existe divisor ou múltiplo de 9.

Figura 4 - Questão 4 b) da prova de 2015

b) Juca escreveu os números de sua lista em ordem crescente. Qual é o primeiro número que ele escreveu depois do 2015?

Fonte: OBMEP (2016).

À questão, o aluno A3 respondeu da seguinte maneira (FIG.5):

Figura 5 - Resolução do aluno A3

B O número 2017, pois é o primeiro número depois do 2015 que segue as regras do enunciado.

Fonte: Dados da pesquisa.

Já o aluno A4 apresentou uma resposta mais completa do que a do aluno anterior, como mostra a figura 6.

Figura 6 - Resolução do aluno A4

b) - Sabe-se que 2016 não faz parte da lista, pois existe os algarismos 3 e 9 para ser acrescentados depois do 6. No número 2017 seu último algarismo é 7, é primo, portanto não é possível continuar o número

Fonte: Dados da pesquisa.

Como se pode observar, o aluno A3 foi bem sucinto na resposta sem explicar o método. Mesmo sabendo que o número 2016 está entre 2015 e 2017, não explicitou o motivo de 2016 fazer ou não parte da lista de Juca, como feito pelo aluno A4. A explicação deste para o fato de 2016 não fazer parte da lista é correta, porém, falta acrescentar que os algarismos 3 e 9 poderiam ser adicionados, respectivamente, à direita do algarismo 6. É válido ressaltar que, ao descrever 2017 como sendo o próximo número conforme as regras depois de 2015, o aluno A4 evidencia que 7 é um número primo, fazendo com que não haja próximos divisores ou múltiplos dentro dos algarismos de 0 a 9, ao que está correto.

Figura 7 - Questão 4 c) da prova de 2015

c) Qual é o menor número da lista de Juca?

Fonte: OBMEP (2016).

Para essa questão, o aluno A1 respondeu da forma como indicada na figura 8.

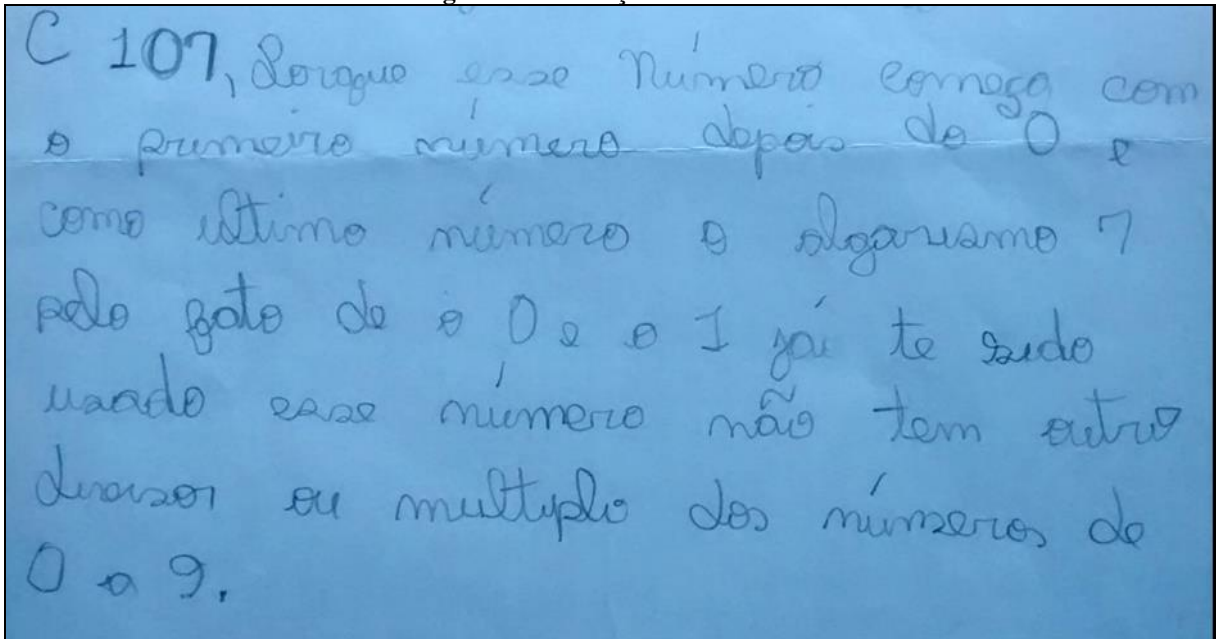
Figura 8 - Resolução do aluno A1

O número é 105 pois não podemos começar com 0, então colocamos 1, poderíamos colocar 2 mas queremos o menor então podemos colocar o zero e próximo poderia ser 0 dois mas o número ficaria grande pois teria de acrescentar 4, 6, 8. Então colocando 3, mesmo assim ficaria grande pois teria de acrescentar 6 e 9 se colocarmos 4 teria de acrescentar 8 e se colocarmos 5 o próximo número seria 10 e não pode pois terá ir até 9 então temos o número 105.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A3, por sua vez, respondeu conforme pode ser observado na figura 9.

Figura 9 - Resolução do aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa.

Como visto, o aluno A1 chegou à resposta desejada, explicando passo a passo os reais motivos de cada ordem da classe, utilizando-se da representação matemática dos algarismos por extenso e simbólica, mesmo que não tenha sido claro e conciso em sua descrição, principalmente ao não usar pontuação correta, não mostrando o fim da explicação de uma ordem e início de outra. Já o aluno A3 não foi claro quanto à descrição do raciocínio, mas demonstrou domínio dos conceitos de divisor e múltiplo. Porém, ao eliminar as possibilidades para o algarismo que ocuparia a última ordem, deixa de analisar a existência do 5 como um número primo. Logo, encontra 107.

Figura 10 - Questão 4 d) da prova de 2015

d) Qual é o maior número da lista de Juca?

Fonte: OBMEP (2016).

Eis a resposta do aluno A2 para a questão (FIG. 11):

Figura 11 - Resolução do aluno A2

d) Sabendo-se que o maior algarismo é 9, pode-se usa-lo como o primeiro algarismo. O próximo maior divisor de 9 é 3, sendo ele o segundo algarismo. O maior algarismo múltiplo de 3 é 6. Em seguida, usa-se o 2 pois é um dos divisores do 6 que restam lá. Depois pode-se usar o 8, porque dos algarismos que sobram é o maior múltiplo. O próximo pode ser o 4, pois é o maior divisor de 8. Em seguida, usa-se o 1, pois é o maior divisor de 4 dos restantes. O próximo pode ser 7 pois é múltiplo de 1. Em seguida, usa-se o 0, pois é o único múltiplo restante de 7 que se encaixa nas regras. E por último pode-se usar o 5, único restante. Formando o número 9362841705

Fonte: Dados da pesquisa.

Já o aluno A4 apresentou a resolução conforme indicado na figura 12.

Figura 12 - Resolução do aluno A4

d. O maior algarismo é o 9, portanto é o ideal que ele seja o primeiro. O próximo maior divisor de 9 é 3, então é o segundo algarismo. O maior múltiplo de 3 é 6. Em seguida virá o 2, pois é um dos divisores de 6. Agora vem o 8, dos algarismos é o maior múltiplo de 2. O algarismo seguinte é o 4, pois dos que restaram é o maior divisor de 8. O próximo é o 1, pois o maior divisor de 4 restante. Em seguida vem o 7, o maior múltiplo de 1 restante. Agora o 0, o único número restante que se encaixa nas regras. E por último o 5, único número restante. Assim formando o número 9362841705

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos A2 e A4, como visto, apresentaram claramente os métodos na resolução e, ao compará-los, percebe-se descrições semelhantes. O importante a ser ressaltado é a lógica utilizada pelos alunos, sem explicitarem formalmente que, para obter o maior número possível, o ideal é manter os maiores algarismos nas últimas ordens, obedecendo aos comandos do enunciado. Além disso, demonstraram a resposta desejada, mostrando domínio dos conceitos de Aritmética exigidos na questão. Observa-se ao analisar as respostas destes alunos, que eles possuem autonomia na apresentação da resolução, sendo bem categóricos.

Figura 13 - Questão 2 do banco de questões de 2016

2 Filhos de Paulo

A idade de cada um dos três filhos de Paulo é um número inteiro. A soma destes três inteiros é igual a 12 e seu produto é 30. Qual a idade de cada um dos seus três filhos?

Fonte: OBMEP (2016).

A resolução da questão apresentada pelo aluno A3 está colocada na figura 14.

Figura 14 - Resolução do aluno A3

2) Os divisores de 30 são $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.
 Entre esses divisores, uma das opções que
 três desses números têm a soma de 12
 e o produto 30 é a opção de que um dos
 filhos de Paulo tem 6 anos, outro 5 e outro 1.
 Pois $6 + 5 + 1 = 12$ e $6 \times 5 \times 1 = 30$

Fonte: Dados da pesquisa.

Já o aluno A5 resolve à questão da seguinte forma (FIG.15):

Figura 15 - Resolução do aluno A5

2) 6, 5, 1. Usando os divisores de 30 (1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30) pode-se saber que
 as possibilidades de multiplicação de três números resultando em
 30 é 1.3.10 ou 1.5.6. Como a soma dos três resulta em 12, a melhor
 possibilidade para as idades é 1, 5, 6.

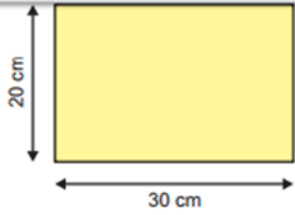
Fonte: Dados da pesquisa.

Ressalta-se, nessa questão, que os alunos utilizaram diretamente os divisores de 30, já imaginando a possibilidade de que o produto de três desses fatores resultaria em 30. Percebe-se, portanto, que os conceitos de divisores de um número natural são bem esclarecidos em cada um, do mesmo modo que a concepção de divisão e multiplicação. Nesta questão, os

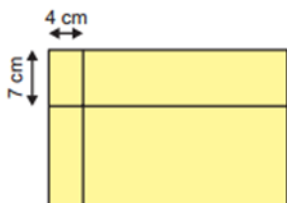
alunos apresentam termos matemáticos aliados a frases equilibradamente, exemplificando o que é colocado por Pais (2006) quando este diz que o uso de somente termos matemáticos não é tão eficaz.

Figura 16 - Questão 3 da prova de 2015

3. Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.



a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



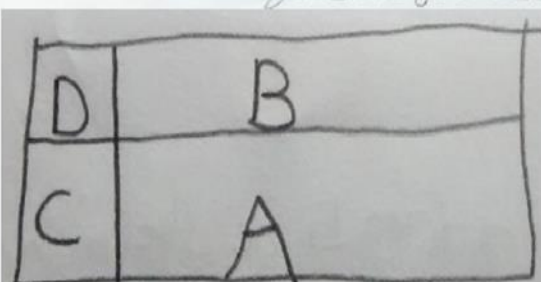
Correção
Resposta

Fonte: OBMEP (2016).

Eis a resolução do aluno A1 para a questão (FIG. 17):

Figura 17 - Resolução do aluno A1

3. - a) O maior retângulo é a letra A indicado na figura abaixo, para calcularmos essa área temos que descontar 4 cm em 30 cm e temos 26 cm, descontar 7 cm em 20 cm e temos 13 cm. Assim multiplicamos 13×26 que iguala 338 cm^2 .

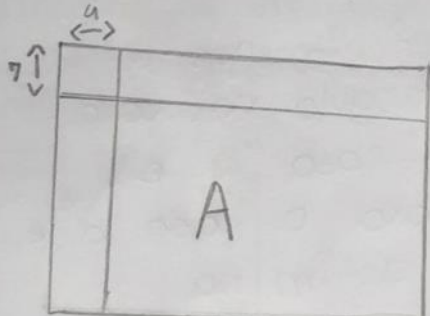


Fonte: Dados da pesquisa.

Segue a resolução do aluno A2 (FIG. 18):

Figura 18 - Resolução do aluno A2

3-a) Como representado na figura a baixo o retângulo A possui a maior área. No lado 30 cm foi descontado 4 cm e no lado 20 cm foi descontado 7. Para saber quanto de área o retângulo A tem multiplica-se 26 por 13 = 338




Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A2, conforme pode ser observado na figura 18, também chega à mesma resposta do aluno A1. Porém, quanto às Grandezas e Medidas, o aluno A1 especifica a unidade de medida em área e em dimensão, o que não é feito pelo aluno A2.

O aluno A1, apesar de chegar ao desfecho desejado e ter domínio quanto ao cálculo de área de figuras planas, apresenta uma descrição desconexa quanto algumas definições referentes à Geometria, como, por exemplo, “o maior retângulo é a letra A”. Nesse caso específico, pode-se questionar “maior em perímetro?”, “maior em área?”. Diferentemente, o aluno A2 explicita entendimento quanto às definições geométricas envolvidas.

Figura 19 - Questão 3 b) da prova de 2015

b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.

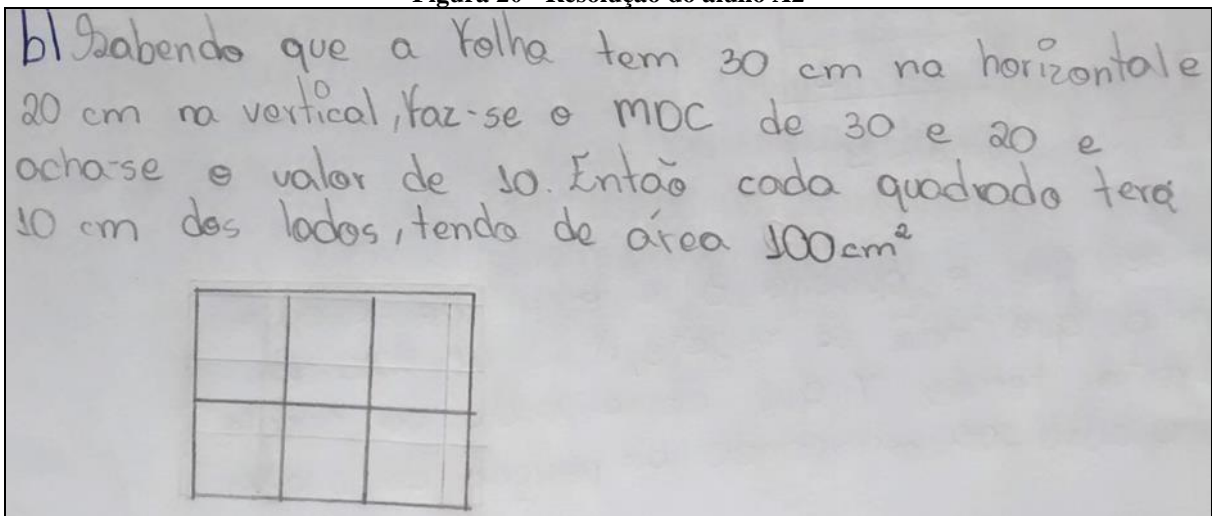


Correção Correção

Fonte: OBMEP (2016).

Para resolver a questão, o aluno A2 propõe a seguinte solução (FIG. 20):

Figura 20 - Resolução do aluno A2



Fonte: Dados da pesquisa.

Todas as resoluções feitas pelos alunos para essa questão são semelhantes a essa proposta pelo aluno A2, tanto no método escolhido quanto na descrição dos passos. Por isso, analisa-se essa única.

No momento em discussão sobre a questão, os alunos, por tentativa, descobriram que o maior lado dos quadrados gerados pelos segmentos de retas perpendiculares e paralelos às bases seria 10 cm, pois quanto maior o lado do quadrado, maior a sua área. Diziam que o lado 20 cm poderia ser dividido ao meio e o lado 30 cm dividido em três partes iguais. Embasados nisso, os pesquisadores orientaram que o que estavam dizendo era que o maior divisor comum de 20 e 30 seria 10. Logo, explicitaram esse argumento na descrição do raciocínio, sem apresentarem a fatoração simultânea de 20 e 30 ou analisarem seu conjunto de divisores.

Figura 21 - Questão 20 do banco de questões de 2015

20 *Contando Chocolates*

João possui mais que 30 e menos que 100 chocolates. Se ele organizar os chocolates em linhas de 7, sobrarão um. Caso ele os organize em linhas de 10, sobrarão 2. Quantos chocolates ele possui?

Fonte: OBMEP (2016).

Como pode ser visto na figura 22, o aluno A1 elaborou de forma organizada e completa o seu raciocínio, somente descuidando-se quanto às pontuações necessárias.

Figura 22 - Resolução do aluno A1

20. João possui 92 chocolates, pois segundo o problema quando organizado em linhas de 10 sobra 2, então as possibilidades são 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 para finalizar o problema temos que dividir os números acima por 7 e o resto deve ser 1, assim temos o resultado 92. então João tem 92 chocolates.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A3 apresenta uma descrição que permite considerar que seu raciocínio pode ter sido por tentativas, sem descrever as demais possibilidades de números que, quando divididos por 7 e 10, deixam resto 1 e 2, respectivamente. Quanto às notações matemáticas referentes aos algoritmos utilizados ($92 : 7 = 13$ e $92 : 10 = 9$), percebe-se um erro de notação, mesmo que ele complemente após cada divisão (resto 1 e resto 2). A maneira mais considerável, ao representar as colocações do aluno, seria de acordo com a representação euclidiana da divisão (**Dividendo = Divisor X Quociente + Resto**), ou seja, ($92 = 7 \times 13 + 1$ e $92 = 10 \times 9 + 2$) (FIG.23).

Figura 23 - Resolução do aluno A3

20 O único número que dividido por 7 tem resto 1 e dividido por 10 tem resto 2 é o número 92, pois $92 : 7 = 13$ o resto 1 e $92 : 10 = 9$ o resto 2. Logo João tem 92 chocolates.

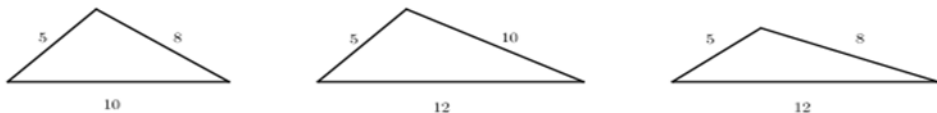
Fonte: Dados da pesquisa.

Outra questão colocada para os alunos está representada na figura 24.

Figura 24 - Questão 22 do banco de questões de 2015

22 Formando figuras com triângulos

Pedrinho está brincando com três peças triangulares de lados (5, 8, 10), (5, 10, 12) e (5, 8, 12) como mostra o desenho abaixo. Ele pode juntar duas peças se colar exatamente os lados de mesmo tamanho delas. Por exemplo, ele pode juntar o lado 10 da primeira peça com o lado 10 da segunda, mas não pode juntar o lado 10 da primeira peça com o lado 8 da terceira, pois não possuem mesmo tamanho. Qual é o maior perímetro que Pedrinho pode obter juntando as três peças?



Fonte: OBMEP (2016).

O aluno A1 apresentou a resolução para a questão como mostrado na figura 25, a seguir:

Figura 25 - Resolução do aluno A1

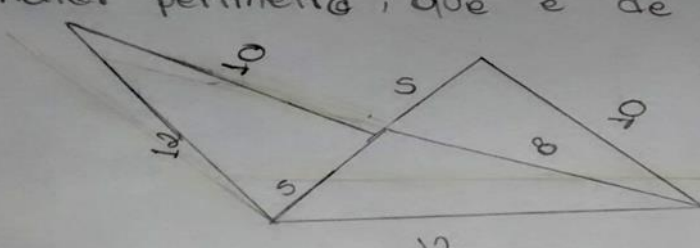
22 - 1
O perímetro é 49, pois para obter o maior perímetro temos que pegar os menores lados que no caso poderia ser 5, mas observe que temos três lados com esse mínimo e não podemos colar esse lado três vezes. Então o próximo número menor será oito, então podemos pegar um lado cinco e um lado oito, assim obtemos o perímetro 49.

Fonte: Dados da pesquisa.

Já a figura 26 mostra a resolução da questão proposta pelo aluno A2.

Figura 26 - Resolução do aluno A2

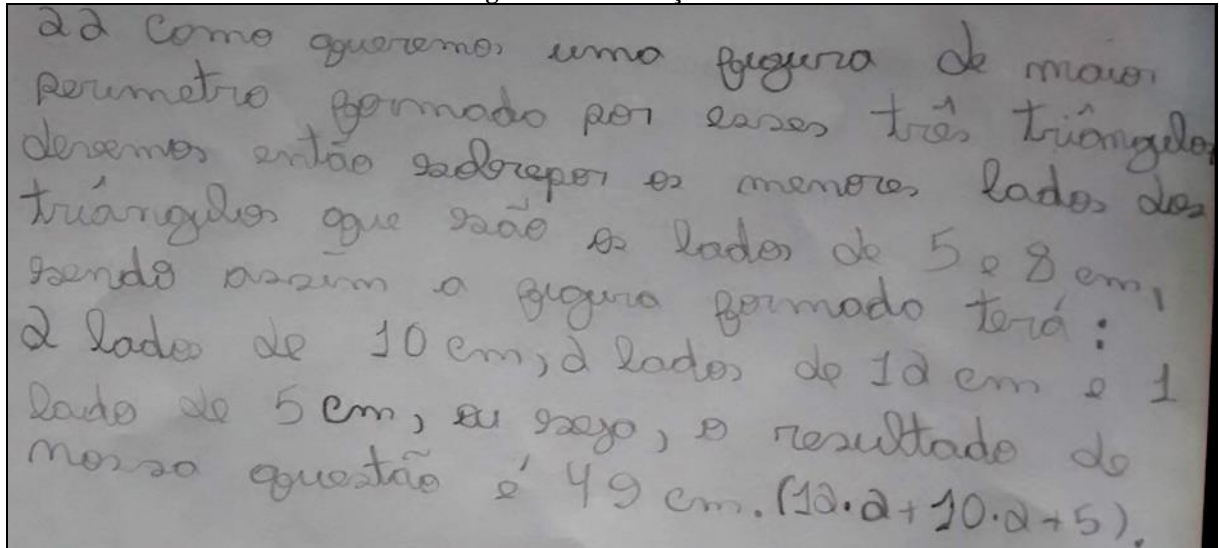
22 Sobrepondo o lado 8 da primeira figura no lado 8 da terceira e sobrepondo o lado 5 da segunda no lado 5 da terceira obtem-se o maior perímetro, que é de 49 unidades.



Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda com relação a essa questão, ressalta-se, ainda a solução apresentada pelo aluno A3 (FIG. 27).

Figura 27 - Resolução do aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme pode ser observado, o aluno A1 descreveu de maneira confusa o raciocínio. Pode-se entendê-lo, mas são dispersas algumas informações, fazendo com que a linha de pensamento se perca. Ao contrário, o aluno A3 foi claro e objetivo na descrição, enfatizando que o ideal era se sobrepor os lados menores dos triângulos para se obter o maior perímetro, além de explicitar a simbologia matemática, evidenciando a soma dos lados da figura formada pela junção dos três triângulos que se caracteriza como o perímetro. Já o aluno A2 usou o artifício do desenho geométrico para ser mais visível a sua explicação, a qual foi bem estruturada e direta.

Detecta-se, portanto, que os alunos possuem habilidades em manipular as figuras, bem como reconhecer o conceito de perímetro de figuras planas. Uma sugestão seria terem nomeado cada vértice dos triângulos para, assim, gerarem a nomenclatura padrão dentro da Geometria.

O artifício geométrico utilizado pode ser considerado como uma das linguagens e meio de comunicação colocados por Pais (2006), que afirma que além da escrita, é importante a utilização de diferentes formas de linguagens, como ícones, desenhos, como aconteceu em determinadas resoluções, quando alguns alunos recorreram a eles para explicação do pensamento matemático.

Dessa forma, pode-se considerar, com base nas resoluções apresentadas, que os alunos dominam os conteúdos matemáticos envolvidos em cada questão, percebendo-se, também, que a escrita de cada aluno se desenvolve da seguinte maneira:

- Pelo aluno A1, de forma eficaz na maioria das questões, demonstrando algumas dificuldades e equívocos, quando se trata de questões que envolvem o conteúdo de Geometria.
- Por meio do aluno A2, apresentando um excelente domínio dos conteúdos como também da escrita, sabendo expressar suas ideias de forma clara e objetiva, cuidando-se para que toda a resolução seja feita da forma correta e tangível.
- Através do aluno A3, apresentando muitas dificuldades em escrever. O raciocínio utilizado por este aluno no que se refere às habilidades matemáticas, em algumas questões, é considerado um bom caminho, porém, sua escrita é, em parte, desconexa e confusa, não permitindo ao leitor uma visão clara de suas ideias.
- Mediante o aluno A4 ~~aeontee~~ de modo semelhante ao aluno A2. Apresenta domínio das habilidades matemáticas exigidas nos problemas propostos e sabe exprimir seu raciocínio de modo claro e conciso.
- Pelo aluno A5, apesar de apresentar alguns equívocos, demonstrando domínio do que está propondo, sabendo descrever seus passos de forma clara.

Pode-se considerar, portanto, que os alunos apresentam independência nas resoluções, são abertos a novos caminhos e não estão presos à mecanização, algoritmos e fórmulas, não se encaixando no perfil de alunos ressaltado por Ruiz (2001) e Rabelo (2002), como mecanizados, que apenas repetem o conteúdo ensinado, sem reflexão, não se apresentando como sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das atividades descritas ao longo do trabalho, verificou-se que as questões da segunda fase da OBMEP podem contribuir para o desenvolvimento da Escrita Matemática de alunos da Educação Básica, uma vez que houve uma grande motivação dos alunos ao resolverem as questões, empenhando-se para que a escrita se aperfeiçoasse, de acordo com o caráter almejado pela OBMEP.

Durante a aplicação, observou-se que o grupo de alunos interpretava as questões em conjunto, permeavam debates e, em seguida, organizavam suas ideias e elaboravam as resoluções individualmente. Notou-se, ainda, o cuidado dos alunos quanto aos conceitos matemáticos envolvidos em cada questão para obterem respostas mais demonstrativas dentro da Matemática.

Quanto à análise das resoluções, detectou-se que o grupo tem afinidade com a Matemática, assim como, se percebeu a utilização de uma linguagem mais formal possível e menos subjetiva. Observou-se, também, um crescimento significativo por parte de alguns alunos, que buscavam aperfeiçoar a escrita durante o trabalho desenvolvido e se engajavam em buscar novos argumentos para a estruturação das respostas, como o auxílio de representações pictóricas, por exemplo, para facilitar a compreensão e melhor detalhamento. Mesmo diante de algumas dificuldades, foi percebido em dois alunos (A2 e A4), desde os primeiros encontros, uma grande habilidade em organizar o raciocínio e expressá-lo textualmente de forma clara.

Como evidente na proposta da OBMEP, a redução na frequência do uso de algoritmos e fórmulas – sem a influência dos pesquisadores – se fez presente em todas as resoluções, priorizando a dedução lógica, as tentativas e o meio indutivo.

Em considerações feitas no último encontro, os alunos colocaram que o que estava “difícil” na prova eram apenas as questões em si, mas que a escrita se desenvolveu com naturalidade e foi de grande valia em suas resoluções.

Já em relação à influência da pesquisa no número de premiados da escola na OBMEP, ainda não se pode apresentar o resultado oficial devido a este não ter sido divulgado até o momento de finalização desse trabalho.

A pesquisa auxiliou-nos, enquanto futuros professores, no que se refere à importância da inserção e adoção de novas metodologias que propiciem o desenvolvimento crítico e autonomia dos nossos estudantes, bem como, há a pretensão de sua publicação, afinal, a

mesma tem intuito de contribuir para a Educação de nosso país, logicamente, compartilhando-a, pode-se atentar outros profissionais quanto a Escrita Matemática.

Espera-se, por fim, que esta pesquisa contribua para o constante crescimento da Educação e para o enriquecimento das pesquisas no campo acadêmico e sirva de apoio para futuros estudos.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Rose Mary Fernandes. **Uma análise da produção escrita de alunos do ensino médio em questões abertas de matemática**. Londrina, 2006. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Federal de Londrina, 2006.
- BARBOSA, K. C. B. A.; NACARATO, A. M.; PENHA, P. C. da. A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos **Série estudos Mestrado em Educação UCDB**. Campo Grande, MS, n.26, p.79-95, jul./dez. 2008.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. (Trad. Luís Antero Reto e Augusto P. C. A. S. Coutinho). Lisboa: Edições 70 Ltda., 1997.
- BEZERRA, Gisleine Correa; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da produção escrita de alunos em uma questão relacionada à Aritmética. **Est. Aval. Educ.**, São Paulo, n. 49, v.22, p.371-386, maio/ago. 2011.
- BRAGANÇA, Bruno. **Olimpíada de matemática para a matemática avançar**. 2013. Disponível em: <http://locus.ufv.br/bitstream/handle/123456789/5881/texto%20completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 28 out. 2016.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.
- CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Pibid** – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência. 2008. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>. Acesso em: 04 nov. 2016.
- DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2009.
- MESQUITA, C. G. R. de. **A escrita matemática: espaço para aprendizagens que fabricam significados e produzem sentidos**. [200?]. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/escrita.pdf. Acesso em: 23 mai. 2016.
- OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **12ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. OBMEP 2016. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 22 maio 2016.
- PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006.
- PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- POWELL, Arthur; BAIARRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas, SP: Papirus, 2006 – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

RABELO, Edmar H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3.ed. rev. ampl. Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

RUIZ, Rodrigues Adriano. **Matemática, Matemática escolar e o nosso cotidiano**. 2001. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/ruiz%2001.pdf>. Acesso em: 23 maio 2016.

SMOLE, K. Texto em matemática: por que não? In: SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Ignês. (Org.) **Ler e escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.29-68.

TODESCHINI, Isabel Lovison. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**: uma visão sobre a avaliação na perspectiva da resolução de problemas. 2005. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/54862/000856467.pdf?sequence=1>. Acesso em: 13 maio 2016

ANEXOS


ANEXO A - QUESTÕES UTILIZADAS PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

4. Juca listou todos os números que podem ser escritos, da esquerda para a direita, obedecendo às seguintes regras:

- não começar com zero;
- não repetir algarismos;
- acrescentar um novo algarismo somente se for múltiplo ou divisor do último algarismo escrito;
- continuar a escrita do número enquanto for possível acrescentar um novo algarismo.

Por exemplo, o número 2015 está na lista de Juca, pois ele é escrito começando com 2, que é diferente de 0, depois com 0, que é múltiplo de 2, depois com 1, que é divisor de 0, e seguido de 5, que é múltiplo de 1. A escrita termina com 5, pois este algarismo não é múltiplo nem divisor dos algarismos que ainda não foram escritos (3, 4, 6, 7, 8 e 9).

a) O número 1063 não está na lista de Juca, pois é possível acrescentar um último algarismo à direita do 3. Qual é esse algarismo?



Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

b) Juca escreveu os números de sua lista em ordem crescente. Qual é o primeiro número que ele escreveu depois do 2015?

Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

c) Qual é o menor número da lista de Juca?

Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

d) Qual é o maior número da lista de Juca?

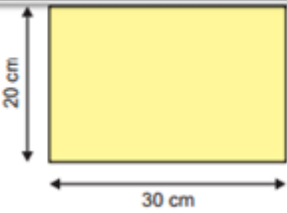
Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

2 *Filhos de Paulo*

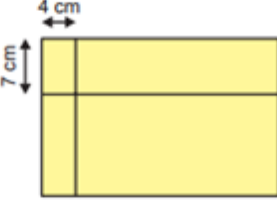
A idade de cada um dos três filhos de Paulo é um número inteiro. A soma destes três inteiros é igual a 12 e seu produto é 30. Qual a idade de cada um dos seus três filhos?

Fonte: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2016.pdf>

3. Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.




a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



Fonte: www.obmep.org.br/provas_static/pf2n1-2015.pdf

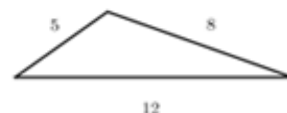
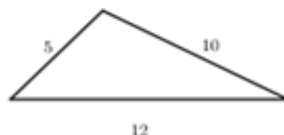
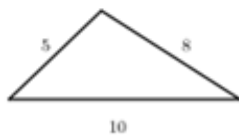
20 *Contando Chocolates*

João possui mais que 30 e menos que 100 chocolates. Se ele organizar os chocolates em linhas de 7, sobrarão um. Caso ele os organize em linhas de 10, sobrarão 2. Quantos chocolates ele possui?

Fonte: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2015.pdf>

22 *Formando figuras com triângulos*

Pedrinho está brincando com três peças triangulares de lados (5, 8, 10), (5, 10, 12) e (5, 8, 12) como mostra o desenho abaixo. Ele pode juntar duas peças se colar exatamente os lados de mesmo tamanho delas. Por exemplo, ele pode juntar o lado 10 da primeira peça com o lado 10 da segunda, mas não pode juntar o lado 10 da primeira peça com o lado 8 da terceira, pois não possuem mesmo tamanho. Qual é o maior perímetro que Pedrinho pode obter juntando as três peças?



Fonte: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2015.pdf>

APÊNDICES

APÊNDICE A - TERMO DE COMPROMISSO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Firmam o presente Termo de Compromisso Livre e Esclarecido, para a realização de atividades de pesquisa intitulada “**OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): UMA POSSIBILIDADE DE ABORDAGEM DA ESCRITA MATEMÁTICA**”, com os alunos do 6º e 7º Ano do Ensino Fundamental, da Escola Estadual “Monsenhor Pinheiro”, Pais ou Responsáveis, Professores e a Direção da Escola, ficando estabelecido:

1) Eu, _____, aluno(a) do 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental, estou ciente que participarei das atividades da pesquisa proposta, comprometendo-me executá-las dentro dos padrões da ética e das boas relações humanas.

2) Eu, _____, () Mãe/Pai ou () Responsável, autorizo meu filho(a), participar de atividades da pesquisa proposta denominada “**OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): UMA POSSIBILIDADE DE ABORDAGEM DA ESCRITA MATEMÁTICA**”. Estou ciente da sua participação nesta pesquisa, no período de agosto e setembro de 2016, bem como, autorizo para fins acadêmicos, o uso de sua imagem pessoal.

3) Nós, ALEXANDRE NASCIMENTO AMORIM e LUIZ OTÁVIO ABI-ACL ALMEIDA, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, nos comprometemos a realizar a pesquisa, baseando-nos na ética e nas boas relações humanas. Comprometemos ainda, zelar pelas produções e imagens dos participantes.

4) Eu, _____, Professor(a) de Matemática dos alunos participantes desta pesquisa, estou ciente e de acordo com a mesma.

5) Eu, _____, Diretor(a) da Escola Estadual “Monsenhor Pinheiro”, estou ciente desta pesquisa no âmbito desta instituição. Autorizo a utilização das dependências internas para os fins da mesma de eventuais imagens e vídeos da estrutura física.

Assim, por estarem cientes, assinam o presente termo.

São João Evangelista, de Agosto de 2016.

Aluno (a)

Pais ou responsáveis

Diretor(a) / Carimbo

Professor(a)

Responsáveis pela execução da pesquisa:

Alexandre Nascimento Amorim

Luiz Otávio Abi-acl Almeida