

Realimentação de Estados com Reiniciação Adaptativa de Integrador ^{*}

João Vitor Ferreira Azevedo ^{*} Víctor Costa da Silva Campos ^{**}
Mariella Maia Quadros ^{*}

^{*} *Área de Controle e Processos Industriais, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – IFMG Campus Sabará, MG, (e-mails: joaovitorvp65@gmail.com, mariella.quadros@ifmg.edu.br)*

^{**} *Departamento de Engenharia Eletrônica, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, MG (e-mail: kozttah@ufmg.br)*

Abstract: In this paper, a novel methodology is proposed for designing a hybrid control law through state feedback with adaptive integrator reset. With the aim of enabling an improvement in the tracking of piecewise constant setpoints and rejection of external disturbances, the system is augmented with the inclusion of the tracking error integral state, whose value is reset when a certain jump condition is satisfied. Therefore, as predicted in the literature, the proposed hybrid controller with reset is capable of improving system performance when compared to its respective linear controller. Furthermore, conditions for exponential stability analysis are proposed using Linear Matrix Inequalities (LMIs) and the performance is verified by means of computer simulations of a coupled tanks system, followed by comparison of typical indices calculated.

Resumo: Neste artigo é proposta uma nova metodologia para projeto de uma lei de controle híbrida por meio de realimentação de estados com reiniciação adaptativa de integrador. Com o objetivo de possibilitar uma melhora no seguimento de referências constantes por partes e rejeição de perturbações externas, o sistema é aumentado com a inclusão do estado da integral do erro de rastreamento, cujo valor é reiniciado quando determinada condição de salto é satisfeita. Dessa forma, como previsto pela literatura, o controlador híbrido proposto com reiniciação é capaz de melhorar o desempenho do sistema, quando comparado com o seu respectivo controlador linear. Além disso, condições de análise de estabilidade exponencial são propostas por meio de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*) e o desempenho verificado a partir de simulações computacionais de um sistema de tanques acoplados, seguidas de comparação de índices típicos calculados.

Keywords: Hybrid Control; Adaptive Control; State Feedback; Reset Adaptation; Stability of Hybrid Systems.

Palavras-chaves: Controle Híbrido; Controle Adaptativo; Realimentação de Estados; Adaptação de Reiniciação; Estabilidade de Sistemas Híbridos.

1. INTRODUÇÃO

Em aplicações práticas, ao realizar o projeto de controladores, na maioria dos casos, é desejável que o sistema de malha fechada resultante tenha estabilidade garantida e que apresente desempenho satisfatório, com os menores valores de sobressinal, tempo de subida e tempo de acomodação possíveis. Além disso, espera-se que o sistema seja robusto às incertezas paramétricas de modelo, rejeite perturbações externas e continue rastreando um sinal de referência com erro de regime permanente pequeno ou nulo. Entretanto,

com a implementação de controladores lineares, ao obter uma resposta mais rápida, inevitavelmente o valor de sobressinal máximo e o gasto de energia são aumentados e as margens de estabilidade reduzidas (Middleton, 1991; Goodwin et al., 2001; Seron et al., 2012). Por outro lado, nos últimos anos, tem sido notado um aumento no número de trabalhos que abordam o desenvolvimento de controladores não lineares, em especial os denominados híbridos, capazes de superar as limitações dos controladores lineares convencionais (Feuer et al., 1997; Beker et al., 2001; Zhao et al., 2013). Com sua utilização, é possível, por exemplo, obter valores relativamente baixos de tempos de subida, associados com pequeno ou nenhum sobressinal (Nešić et al., 2011; Quadros et al., 2016; Rubio-Scola et al., 2017; Quadros et al., 2017).

Os sistemas dinâmicos híbridos são aqueles que combinam comportamentos típicos de sistemas contínuos no

^{*} Os autores agradecem ao apoio recebido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) Campus Sabará; Pró-Reitoria de Inovação, Pesquisa e Pós-Graduação (PRIPPG) do IFMG, da FAPEMIG, da CAPES por meio do Programa de Excelência Acadêmica (PROEX), e do CNPq por meio do processo 308597/2023-0.

tempo com comportamentos típicos de sistemas discretos no tempo, sendo descritos simultaneamente por equações diferenciais e de diferenças (Goebel et al., 2009; Lunze and Lamnabhi-Lagarrigue, 2009; Teel, 2014; Sanfelice, 2021). De forma semelhante, os controladores híbridos com reiniciação geralmente possuem dinâmica linear durante a maior parte do tempo (descrita pelas equações de fluxo), mas a partir de uma determinada condição, têm seu estado reiniciado (definido pelas equações de salto) (Baños and Barreiro, 2011; Quadros et al., 2018, 2019).

O integrador de Clegg (Clegg, 1958) foi o primeiro controlador híbrido proposto na literatura com resposta semelhante ao de um integrador linear quando sua entrada e saída possuem sinais iguais, e tem seu estado reiniciado para zero, em caso contrário. Este trabalho foi revisitado posteriormente por Zaccarian et al. (2005, 2007) e Nešić et al. (2011), a partir do desenvolvimento de um compensador denominado Elemento de Reiniciação de Primeira Ordem (FORE, do inglês *First Order Reset Element*), capaz de apresentar desempenho significativamente superior ao seu respectivo compensador linear, com garantia de estabilidade exponencial de ganho finito \mathcal{L}_2 . O integrador de Clegg também foi utilizado na abordagem proposta por Baños and Vidal (2007) e Vidal and Baños (2009), em que é utilizado em paralelo com um controlador PI (Proporcional-Integral), com uma reiniciação parcial em seu componente integral. Por outro lado, em Hosseinnia et al. (2013); Hosseinnia et al. (2014) e Zarghami and Hosseinnia (2017) são utilizados controladores do tipo PI de dinâmica de ordem fracionária com reiniciação, com o objetivo de melhorar o desempenho do sistema.

Mais recentemente, a síntese e análise de estabilidade de controladores com realimentação de saída são abordadas em Satoh (2015) e Satoh (2023), por meio de uma nova função *tipo*-Lyapunov. Nos trabalhos de van den Eijnden et al. (2020, 2022, 2024) é proposto um sistema de ganho-integrador híbrido (HIGS, do inglês *hybrid integrator-gain system*) que gera sinais contínuos, mas não suaves, e portanto, capaz de preservar uma distribuição mais concentrada de energia em sua saída. Em Barreiro et al. (2021), um novo controlador baseado em reiniciação é apresentado para estabilizar uma planta com integrador duplo, enquanto que em Baños and Barreiro (2022), é proposta uma nova representação do sistema de controle com uma lei de reiniciação de cruzamento de zero. Além disso, controladores híbridos são desenvolvidos para diversas aplicações, como por exemplo, para sistemas de movimento com atrito (Beerens et al., 2022), sistemas chaveados (Zhao et al., 2017; Mohadeszadeh et al., 2022), sistemas multiagentes (Wang et al., 2021), entre outros.

Por último, os trabalhos de Quadros et al. (2016, 2017); Rubio-Scola et al. (2017) e Quadros et al. (2018, 2019) propõem PI híbridos baseados no FORE (Nešić et al., 2011), mas que possuem a reiniciação adaptativa do estado do integrador, por meio da inclusão de estados auxiliares nos controladores. A adaptação na reiniciação é um diferencial que permite o rastreamento de referências constantes por partes, mesmo na presença de perturbações externas e incertezas paramétricas de modelo, o que geralmente é um requisito para a implementação em processos industriais, e que não são levados em consideração de forma simultânea nos outros trabalhos apresentados anteriormente.

Entretanto, é importante ressaltar que a maioria dos trabalhos encontrados na literatura abordam o desenvolvimento de controladores com reiniciação por meio da realimentação de saída, como pode ser visto, por exemplo, em Nešić et al. (2011); Quadros et al. (2019); Zarghami and Hosseinnia (2017), entre outros. Portanto, a principal contribuição deste trabalho é propor uma nova lei de controle híbrida por realimentação de estados com reiniciação adaptativa de integrador baseada em Rubio-Scola et al. (2017), capaz de melhorar o desempenho do sistema de malha fechada, em relação ao seu respectivo controlador linear, com estabilidade exponencial garantida. Ou seja, são obtidos menores valores de tempos de subida e acomodação, combinados com pequeno ou nenhum sobressinal, com manutenção do rastreamento de sinal de referência constante por partes, mesmo na presença de perturbações externas e/ou incertezas paramétricas no modelo. A realização e a análise de simulações computacionais de um sistema de tanques acoplados possibilitam a verificação da eficiência da metodologia proposta, assim como o cálculo de índices de desempenho convencionais, como a Integral do Erro Absoluto (IAE), Integral do Quadrado do Erro (ISE) e Desvio Padrão do Sinal de Controle (IVU).

Notações: As notações referentes aos sistemas híbridos são baseadas em Goebel et al. (2012), em que a variável independente do sistema (tempo híbrido) é definido como subconjunto de $[0, \infty) \times \mathbb{N}_0$, dado pela união finita ou infinita $[t_i, t_{i+1}) \times \{i\}$. Os instantes i e $[t_i, t_{i+1})$ se referem, respectivamente, aos momentos de saltos e aos períodos de fluxo da dinâmica do sistema. $x(t, i)$ é o vetor de estados que depende do tempo híbrido (t, i) . Como forma de simplificar a notação, sempre que possível, a dependência temporal é omitida. Ou seja, $x \equiv x(t, i)$ e uma função $f(x(t, i)) \equiv f(x)$. O estado após um salto é dado por $x^+ \equiv x(t_{i+1}, i + 1)$. Além disso, $\mathbb{R}^{m \times n}$ denota o conjunto de matrizes com entradas reais e dimensões $m \times n$. Os índices de desempenho são calculados como $IAE = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} |e(t)| dt$, $ISE = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} e^2(t) dt$ e $IVU = \sqrt{\frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} (u(t) - \bar{u})^2 dt}$, respectivamente.

2. PRELIMINARES

Considere o sistema linear e invariante com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *Single-Input/Single-Output*) descrito por:

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p (u(t) + d(t)), \\ y(t) = C_p x_p(t), \end{cases} \quad (1)$$

em que $x_p(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ o sinal de controle, $y(t) \in \mathbb{R}$ a saída do sistema e $d(t) \in \mathbb{R}$ uma perturbação de energia finita, com $d(t) \in \mathcal{L}_2$. Além disso, as matrizes $A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_p \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e $C_p \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ são conhecidas. Para inclusão de um integrador no laço de controle, é possível aumentar o sistema (1), resultando em:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}(u(t) + d(t)) + \hat{D}r(t), \\ \hat{y}(t) = \hat{C}x(t), \end{cases} \quad (2)$$

em que $x(t) = [x_p^T(t) \ x_I^T(t)]^T$ é o vetor de estados aumentado, $x_I(t) = \int e(t)$ o estado da integral do erro de rastreamento $e(t) = r(t) - y(t)$, $r(t)$ o sinal de referência constante por partes e:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C} = [C_p \ 0], \hat{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Sendo assim, o sinal de controle é dado por:

$$u(t) = -\hat{K}x(t), \quad (4)$$

em que $\hat{K} = [K \ -k_I]$ é o ganho da realimentação de estados a ser projetado, sendo K o ganho a ser aplicado ao vetor de estados do sistema e k_I à integral do erro.

Note que a maior parte dos resultados fornecidos na literatura propõem o projeto de controladores com reiniciação para sistemas SISO por meio da realimentação de saída, como por exemplo, em Nešić et al. (2011); Zarghami and HosseinNia (2017), van den Eijnden et al. (2024), entre outros. Também é possível observar que várias abordagens propostas, como por exemplo, Nešić et al. (2011), não garantem erro nulo para o rastreamento de referências constantes por partes e nem para perturbações do tipo \mathcal{L}_2 . Por outro lado, os controladores PI híbridos apresentados por Rubio-Scola et al. (2017) e Quadros et al. (2019) utilizam estratégias de adaptação para contornar esses problemas, além de serem robustos às incertezas paramétricas no modelo. Portanto, é proposto o seguinte problema a ser investigado neste trabalho.

Problema 1. Propor um controlador híbrido para o sistema (1) que implemente a lei de controle por realimentação de estados (4), de modo que seja garantido o seguimento de referência, a rejeição de perturbações e robustez às incertezas paramétricas de modelo.

3. REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS COM REINICIAÇÃO ADAPTATIVA DE INTEGRADOR

Após realizar o projeto do ganho \hat{K} para a lei de controle (4), utilizando, por exemplo, métodos de alocação de polos, é possível descrever e implementar um controlador híbrido adaptativo por realimentação de estados com reiniciação do estado do integrador $x_I(t)$. Considerando $\dot{\tau}(t) = 0$, o sistema híbrido de malha fechada é definido como:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_p &= (A_p - B_p K) x_p + B_p (k_I x_I + d) \\ \dot{e} &= -C_p A_p x_p + C_p B_p (K x_p - k_I x_I - d) \\ \dot{x}_I &= e \\ \dot{\xi} &= e \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \eta \geq 0 \\ \text{ou} \\ \tau \leq \rho, \end{array} \quad (5)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{aligned} x_p^+ &= x_p \\ e^+ &= e \\ x_I^+ &= x_I - \alpha \xi \\ \xi^+ &= 0 \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (6)$$

em que $\eta = 2e\xi + \epsilon_1 e^2 - \epsilon_2 \xi^2$, ϵ_1 e ϵ_2 são constantes suficientemente pequenas, $\rho > 0$ é uma constante dada e $\tau \geq 0$ é um estado auxiliar utilizado para regularização temporal, em que $\dot{\tau} = 1$ para $\tau \in [0, 2\rho)$, mantendo τ limitado e para evitar as soluções do tipo Zeno. Também é incluído no controlador híbrido adaptativo um estado auxiliar ξ que possui a dinâmica do erro durante o fluxo e que é reiniciado para zero nos saltos, sendo utilizado no termo adaptativo da reiniciação do estado do integrador. O parâmetro $\alpha \in [0, 1]$ representa a taxa de adaptação

ajustável do controlador, sendo capaz de fornecer um comportamento linear do controlador caso seja definido como $\alpha = 0$ e de eliminar a adaptação, caso definido como $\alpha = 1$. Se definido com valores na faixa $0 < \alpha < 1$, o controlador mescla as características do controlador por realimentação de estados linear com as de um controlador híbrido sem adaptação, melhorando significativamente as propriedades de rejeição de perturbação e rastreamento de referência.

O sistema de malha fechada (5)-(6) pode ser reescrito conforme estrutura apresentada em Goebel et al. (2012) e Rubio-Scola et al. (2017), como:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_a &= Ax_a + Bd \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} x_a \in \mathbf{C} \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (7)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{aligned} x_a^+ &= A_r x_a \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} x_a \in \mathbf{D} \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (8)$$

em que x_a é um vetor de estados aumentado dado por:

$$x_a = [x_p^T \ e^T \ x_I^T \ \xi^T]^T, \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_p - B_p K & 0 & B_p k_I & 0 \\ -C_p A_p + C_p B_p K & 0 & -C_p B_p k_I & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_p \\ -C_p B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_r = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Os conjuntos fechados $\mathbf{C} \subset \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$ representam, respectivamente, os conjuntos de fluxo e saltos, verificando $\mathbf{C} \cup \mathbf{D} = \mathbb{R}^n$, tal que:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \geq 0\}, \\ \mathbf{D} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \leq 0\}, \end{aligned} \quad (11)$$

com:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\epsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Como é possível observar, o sistema híbrido de malha fechada (7)-(8) possui estrutura equivalente à apresentada em Nešić et al. (2011) e Rubio-Scola et al. (2017). Dessa forma, a análise de estabilidade exponencial pode ser realizada de forma similar ao proposto nesses trabalhos e o seguinte teorema pode ser enunciado.

Teorema 1. (Adaptado do Teorema 1 e Corolário 1 propostos por Rubio-Scola et al. (2017)) Considere o sistema híbrido de malha fechada descrito pelas equações de fluxo e salto (7)-(8) com (9) e (10). Se existe a matriz simétrica definida positiva $P \in \mathbb{R}^{(n+3) \times (n+3)}$, matrizes F_1, F_2, G_1, G_2 pertencentes a $\mathbb{R}^{n \times n}$, constantes $\lambda_F > 0, \lambda_J > 0, \epsilon_1 > 0$ e $\epsilon_2 > 0$, tais que:

$$\Theta_J \equiv \begin{bmatrix} F_2 A_r + A_r^T F_2^T - P - \lambda_J M & \star \\ G_2 A_r - F_2^T & P - (G_2 + G_2^T) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (13)$$

$$\Theta_F \equiv \begin{bmatrix} \lambda_F M + F_1 A + A^T F_1^T & \star \\ P + G_1 A - F_1^T & -(G_1 + G_1^T) \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

e se $x_p \in \mathbf{D} \Rightarrow A_r x_a \in \mathbf{C}$, então existe um ρ suficientemente pequeno de modo que o sistema considerado

é exponencialmente estável, o que é assegurado por uma função de Lyapunov, dada por $V(x_a) = x_a^T P x_a$.

Prova. A prova do teorema segue um procedimento semelhante ao apresentado no Teorema 1 e no Corolário 1 propostos por Rubio-Scola et al. (2017), considerando-se o sistema de malha fechada com falhas descrito por (7) e (8), com matrizes dadas em (10) e substituindo-se $x(t)$ por $x_a(t)$ definido em (9).

É importante ressaltar que apesar da descrição do sistema híbrido de malha fechada ser similar ao apresentado em Rubio-Scola et al. (2017), o controlador proposto neste trabalho prevê uma lei de controle por realimentação de estados com inclusão de integrador, enquanto um controlador híbrido PI com realimentação de saída é abordado em Rubio-Scola et al. (2017). Além disso, no trabalho de Nešić et al. (2011), o controlador FORE é revisitado, em que há a realimentação da saída do sistema com adição de uma ação *feedforward*. Neste último, não é realizada a adaptação da reiniciação do estado do integrador, o que provoca ondulações no sinal de saída na presença de perturbações e de erros de modelagem, o que não ocorre com a implementação do controlador proposto neste trabalho.

4. SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS - SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS

Com o objetivo de analisar e verificar o desempenho da abordagem proposta, são realizadas simulações computacionais para um sistema de tanques acoplados, conforme apresentado na Figura 1, inspirado no sistema de controle em tempo real utilizado nos trabalhos (Rubio-Scola et al., 2017; Quadros et al., 2018, 2020, 2022; Lopes et al., 2020). O sistema possui dois tanques com 80 cm de altura, 62 cm de diâmetro e com capacidade de 200 litros cada. Os níveis de água nos dois tanques (h_1 e h_2) estão disponíveis para medição por meio de sensores diferenciais de pressão. Uma vazão de entrada é fornecida ao tanque da esquerda, por meio de uma bomba hidráulica de indução. Esse mesmo tanque possui um sólido não linear inserido, para provocação de dinâmicas não lineares e incertezas de modelo no processo. As válvulas V_1 e V_2 permitem dois modos de operação do sistema:

Modo 1: válvula V_1 aberta e V_2 fechada (sistema de primeira ordem);

Modo 2: válvula V_1 fechada e V_2 aberta (sistema de segunda ordem).

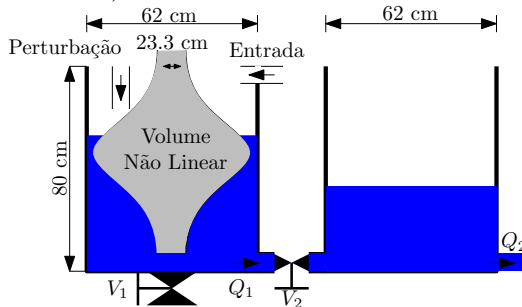


Figura 1. Diagrama do sistema de tanques acoplados.

A linearização local em torno de $h_1 = 48,47$ cm resulta em um sistema de primeira ordem para o *Modo 1*:

$$A_p = -0,0639, B_p = 0,0815, C_p = 1,$$

e no *Modo 2*, em torno de $h_1 = 37,74$ cm e $h_2 = 17,03$ cm:

$$A_p = \begin{bmatrix} -0,0449 & 0,0449 \\ 0,0095 & -0,0137 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0,0266 \\ 0 \end{bmatrix}, C_p = [1 \ 0].$$

Para mais detalhes, veja Quadros et al. (2020, 2022).

4.1 Controladores

Para o projeto do controlador linear por realimentação de estados em ambos os modos de operação é realizada alocação de autovalores, com inclusão de integrador, utilizando o sistema (2) com matrizes (3). Dessa forma, para o *Modo 1* de operação, o controlador é projetado para que a resposta em malha fechada apresente um sobressinal de aproximadamente 40% e um tempo de acomodação de 60 segundos, obtendo-se o ganho $K = [0,8519 \ -0,6956]$. Já para o *Modo 2*, deseja-se um sobressinal de 50% e um tempo de acomodação de aproximadamente 829 segundos, resultando no ganho $K = [-0,0357 \ -3,8308 \ -0,0661]$. Além disso, por meio do Teorema 1, é possível analisar a estabilidade do sistema de malha fechada para o controlador por realimentação de estados com integrador (denominado **RELI**, com linhas em azul e $\alpha = 0$), para o controlador híbrido por realimentação de estados e sem adaptação no valor de reiniciação (denominado **REH**, linhas em vermelho e $\alpha = 1$) e para o controlador híbrido com adaptação no valor de reiniciação (denominado **REHA**, linhas em verde e $\alpha = 0,6$ para o *Modo 1* e $\alpha = 0,15$ para o *Modo 2*).

Simulações para o Modo 1 de operação: As simulações computacionais com implementação dos controladores foram conduzidas para rastreamento de um sinal de referência constante por partes, conforme ilustrado na Figura 2. Além disso, para $t \geq 500$, é inserida uma perturbação no sistema, correspondente a uma vazão adicional produzida pela bomba com amplitude de 10%. É possível observar que a resposta do sistema com o controlador **RELI** apresenta um sobressinal de cerca de 40%, com um tempo de acomodação de cerca de 60 segundos, conforme o requerido em projeto. Por outro lado, os controladores híbridos **REH** e **REHA** produzem um sobressinal aproximadamente nulo com tempo de acomodação próximo de 10 segundos. Em relação à perturbação, pode-se verificar que os controladores **RELI** e **REHA** são capazes de manter o rastreamento da referência, enquanto o **REH** apresenta ondulações significativas em sua resposta. Isso ocorre porque o **REH** não possui adaptação, ao contrário do **REHA**, o que causa a realização de uma sequência de reiniciações para um valor fixo e inadequado para a rejeição da perturbação. Esse mesmo comportamento é observado quando há a presença de incertezas paramétricas no sistema e/ou erros de modelo (não abordados neste trabalho).

	IAE	ISE	IVU
RELI	1	1	1
REH	5,3649	10,2826	1,0412
REAH	0,8647	0,9517	0,9915

Tabela 1. Índices de desempenho - *Modo 1*.

A Tabela 1 apresenta os índices de desempenho obtidos para cada controlador, normalizados em relação ao **RELI**. Como o melhor desempenho é representado pelos menores índices, logo, pode ser verificado que o controlador **REHA** apresenta o melhor desempenho quando comparado aos

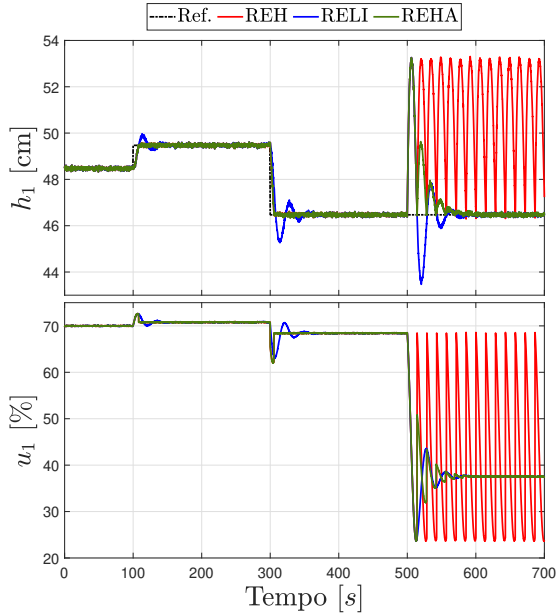


Figura 2. Simulações computacionais para seguimento de referência e rejeição de perturbação: Nível do primeiro tanque (h_1 - gráfico superior) e sinal de controle aplicado ao sistema (u_1 - gráfico inferior).

demais, evidenciando a eficiência da metodologia proposta para o *Modo 1*.

Simulações para o Modo 2 de operação: De forma semelhante ao realizado anteriormente, simulações são realizadas para avaliar o desempenho do sistema de malha fechada para seguimento de referência constante por partes, conforme mostrado na Figura 3. Um sinal de perturbação é inserido para $t \geq 1500$ segundos, equivalente a um sinal de controle aplicado na bomba com amplitude de 1%. É possível verificar que o sistema com o controlador **REH** apresenta ondulações no rastreamento de referência e quando sujeito à perturbação, torna-se extremamente oscilatório, inclusive provocando a saturação do atuador. Por outro lado, os controladores **RELI** e **REHA** são capazes de manter a resposta do sistema com comportamento satisfatório, sendo que o **REHA** alcança menores valores de sobressinal e tempo de acomodação em relação ao **RELI**.

Os índices de desempenho para as simulações são apresentados na Tabela 2, também normalizados em relação ao controlador **RELI**. Novamente, pode ser verificado que o controlador **REHA** apresenta o melhor desempenho para todos os índices avaliados. Portanto, a abordagem proposta mostra-se eficiente para o controle do sistema no rastreamento de referência e rejeição de perturbações para o *Modo 2*.

	IAE	ISE	IVU
RELI	1	1	11,4041
REH	9,2018	37,0722	1,5014
REAH	0,7193	0,8327	0,9879

Tabela 2. Índices de desempenho - *Modo 2*.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposta uma nova abordagem para o controle híbrido com reiniciação adaptativa de integrador por meio de realimentação de estados, com estabilidade

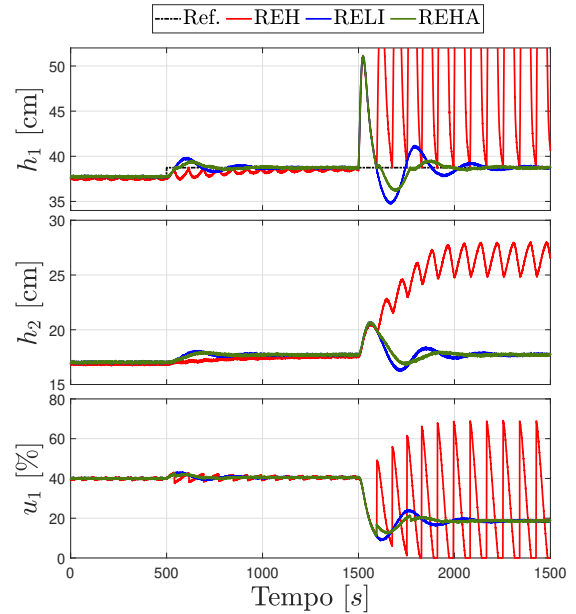


Figura 3. Simulações computacionais para seguimento de referência e rejeição de perturbação: Níveis dos tanques (h_1 e h_2 - gráfico superior) e sinal de controle aplicado ao sistema (u_1 - gráfico inferior).

exponencial garantida para sistemas lineares. Com o auxílio de simulações computacionais, é possível verificar um melhor desempenho do sistema de malha fechada com a implementação de adaptação na reiniciação do termo integral, em comparação aos seus respectivos controladores linear e híbrido sem adaptação. Isso pode ser observado por meio dos índices de desempenho calculados e também pela análise das respostas temporais, que apresentaram os menores valores de sobressinal e de tempos de acomodação e de subida. Como trabalhos futuros, serão investigadas estratégias para melhorar o desempenho do controle proposto para sistemas de segunda ordem ou superiores, com o objetivo de eliminar o sobressinal e os efeitos causados pela influência dos demais estados no sinal de controle.

REFERÊNCIAS

- Baños, A. and Vidal, A. (2007). Definition and tuning of a PI+ CI reset controller. In *Control Conference (ECC), 2007 European*, 4792–4798. IEEE.
- Baños, A. and Barreiro, A. (2011). *Reset control systems*. Springer Science & Business Media.
- Barreiro, A., Baños, A., and Delgado, E. (2021). Reset control of the double integrator with finite settling time and finite jerk. *Automatica*, 127, 109536.
- Baños, A. and Barreiro, A. (2022). Reset control systems: The zero-crossing resetting law. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 46, 101259.
- Beerens, R., Bisoffi, A., Zaccarian, L., Nijmeijer, H., Heemels, M., and van de Wouw, N. (2022). Reset PID design for motion systems with stibek friction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 30(1), 294–310.
- Beker, O., Hollot, C.V., and Chait, Y. (2001). Plant with integrator: an example of reset control overcoming limitations of linear feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(11), 1797–1799.
- Clegg, J.C. (1958). A nonlinear integrator for servomechanisms. *Transactions of the American Institute of*

- Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, 77.
- Feuer, A., Goodwin, G.C., and Salgado, M. (1997). Potential benefits of hybrid control for linear time invariant plants. In *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, volume 5, 2790–2794. IEEE.
- Goebel, R., Sanfelice, R.G., and Teel, A. (2009). Hybrid dynamical systems. *Control Systems, IEEE*, 29(2), 28–93.
- Goebel, R., Sanfelice, R.G., and Teel, A. (2012). *Hybrid Dynamical Systems: Modeling, Stability and Robustness*. Princeton University Press.
- Goodwin, G.C., Graebe, S.F., and Salgado, M.E. (2001). Control system design. *Upper Saddle River*, 13.
- HosseinNia, S.H., Tejado, I., Torres, D., Vinagre, B.M., and Feliu, V. (2014). A general form for reset control including fractional order dynamics. In *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, volume 19, 2028–2033.
- HosseinNia, S.H., Tejado, I., and Vinagre, B.M. (2013). Basic properties and stability of fractional-order reset control systems. In *Control Conference (ECC), 2013 European*, 1687–1692. IEEE.
- Lopes, A.N.D., Leite, V.J.S., Silva, L.F.P., and Guelton, K. (2020). Anti-windup TS fuzzy PI-like control for discrete-time nonlinear systems with saturated actuators. *International Journal of Fuzzy Systems*, 46–61.
- Lunze, J. and Lamnabhi-Lagarrigue, F. (2009). *Handbook of Hybrid Systems Control: Theory, Tools, Applications*. Cambridge University Press.
- Middleton, R.H. (1991). Trade-offs in linear control system design. *Automatica*, 27(2), 281–292.
- Mohadeszadeh, M., Pariz, N., Ramezani-al, M.R., and Hien, L.V. (2022). Stabilization of fractional switched linear systems via reset control technique. *ISA Transactions*, 130, 216–225.
- Nešić, D., Teel, A.R., and Zaccarian, L. (2011). Stability and performance of siso control systems with first-order reset elements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(11), 2567–2582.
- Quadros, M.M., Rubio-Scola, I., and Leite, V.J.S. (2017). Diretrizes para a sintonia de controladores PI com reiniciação no estado do integrador. In *Anais do XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2112–2117.
- Quadros, M.M., Rubio-Scola, I., Leite, V.J.S., and Silva, L.F. (2016). Controle híbrido: Reiniciação adaptativa de integrador. In *XXI Congresso Brasileiro de Automática. Vitória, ES*.
- Quadros, M.M., Leite, V.J., and Palhares, R.M. (2022). Robust fault hiding approach for T–S fuzzy systems with unmeasured premise variables. *Information Sciences*, 589, 690–715.
- Quadros, M.M., Rubio-Scola, I., and Leite, V.J. (2018). Compensated hybrid PI controllers for sampled-data controlled systems. *IFAC-PapersOnLine*, 51(25), 240–245.
- Quadros, M.M., Rubio-Scola, I., Leite, V.J., and Tarbouriech, S. (2019). A plug-in procedure for hybridization of PI controllers. *IFAC-PapersOnLine*, 52(1), 892–897.
- Quadros, M.M., Bessa, I.V., Leite, V.J.S., and Palhares, R.M. (2020). Fault tolerant control for linear parameter varying systems: An improved robust virtual actuator and sensor approach. *ISA Transactions*, 104, 356–369.
- Rubio-Scola, I., Quadros, M.M., and Leite, V.J.S. (2017). Robust hybrid PI controller with a simple adaptation in the integrator reset state. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 1457–1462.
- Sanfelice, R.G. (2021). *Hybrid feedback control*. Princeton University Press.
- Satoh, A. (2015). Synthesis of output feedback linear reset control based on common quadratic lyapunov-like function. In *2015 European Control Conference (ECC)*, 2162–2167.
- Satoh, A. (2023). Stability analysis of output feedback type linear reset systems with non-detectable jump dynamics. *IFAC-PapersOnLine*, 56(2), 9636–9641. 22nd IFAC World Congress.
- Seron, M.M., Braslavsky, J.H., and Goodwin, G.C. (2012). *Fundamental limitations in filtering and control*. Springer Science & Business Media.
- Teel, A.R. (2014). Stability theory for hybrid dynamical systems. In T.S. John Baillieul (ed.), *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer Publishing Company, Incorporated.
- van den Eijnden, S., Heemels, W., Nijmeijer, H., and Heertjes, M. (2022). Stability and performance analysis of hybrid integrator–gain systems: A linear matrix inequality approach. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 45, 101192.
- van den Eijnden, S., Heertjes, M., Nijmeijer, H., and Heemels, W. (2024). Stability analysis of hybrid integrator-gain systems: A frequency-domain approach. *Automatica*, 164, 111641.
- van den Eijnden, S., Heertjes, M.F., Heemels, W., and Nijmeijer, H. (2020). Hybrid integrator-gain systems: A remedy for overshoot limitations in linear control? *IEEE Control Systems Letters*, 4(4), 1042–1047.
- Vidal, A. and Baños, A. (2009). Stability of reset control systems with variable reset: Application to PI+ CI compensation. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, 4871–4876. IEEE.
- Wang, Q., Zhao, Y., and Hu, J. (2021). Reset output feedback control of cluster linear multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 358(16), 8419–8442.
- Zaccarian, L., Nešić, D., and Teel, A.R. (2007). Set-point stabilization of siso linear systems using first order reset elements. In *American Control Conference, 2007. ACC'07*, 5808–5809. IEEE.
- Zaccarian, L., Nešić, D., and Teel, A.R. (2005). First order reset elements and the clegg integrator revisited. In *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, 563–568. IEEE.
- Zarghami, M. and HosseinNia, H.S. (2017). Fractional Order Set Point Regulator Using Reset Control: Application to EGR Systems. In *Proceedings of the 2017 The 5th International Conference on Control, Mechatronics and Automation*, 35–41. ACM.
- Zhao, G., Nešić, D., Tan, Y., and Wang, J. (2013). Open problems in reset control. In *Decision and Control, 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, 3326–3331. IEEE.
- Zhao, G., Mi, J., Leng, J., and Hua, C. (2017). Networked reset control systems with time delays in both forward and feedback channels. In *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 5985–5990.