INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS

CAMPUS SÃO JOAO EVANGELISTA

KEILA RODRIGUES FRANÇA

SILVANA MARÇAL DA SILVA

INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS USADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS QUE ENVOLVEM FUNÇÕES

São João Evangelista

2018

KEILA RODRIGUES FRANÇA

SILVANA MARÇAL DA SILVA

INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS USADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS QUE ENVOLVEM FUNÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista como requisito para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Fernandes da Silva

São João Evangelista

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

F797i
2018

França, Keila Rodrigues; Silva, Silvana Marçal da.

Investigando estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções. / Keila Rodrigues França; Silvana Marçal da Silva. – 2018.
93f; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2018.

Orientador: Prof. Dr. José Fernandes da Silva

1. Resolução de Problemas. 2. Enem. 3. Ensino Médio. 4. Matemática. I. França, Keila Rodrigues. II. Silva, Silvana Marçal da. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. IV. Título.

CDD 515.7

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
Campus São João Evangelista

Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

KEILA RODRIGUES FRANÇA

SILVANA MARÇAL DA SILVA

INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS USADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS QUE ENVOLVEM FUNÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista como requisito para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em 11/12/2018

____

Prof. Dr. José Fernandes da Silva – IFMG-SJE (Orientador)

____

Prof. José Silvino Dias – IFMG-SJE (Banca examinadora)

João Aparecido de Andrade

____

Prof. João Aparecido de Andrade (Banca examinadora)

São João Evangelista

2018

RESUMO

O presente trabalho apresenta resultados de uma pesquisa de cunho qualitativo realizada com alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Curso Técnico Integrado de Manutenção e Suporte em Informática do *campus* São João Evangelista/MG. O objetivo desse trabalho é entender, através dos relatos, o caminho traçado pelos alunos para chegar às respostas, sendo elas corretas ou não, observando a bagagem que trazem do Ensino Médio. Para tanto, foram discutidas questões do ENEM entre os anos de 2010 a 2017, referentes à competência 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-cientificas, usando representações algébricas. Os dados foram coletados por meio da análise de questionários disponibilizados aos alunos no momento das oficinas preparadas. Para que essa pesquisa acontecesse, foi necessário um primeiro encontro no qual seria apresentado aos alunos cada oficina e como ocorreriam. Optamos por seguir um roteiro criado por Onuchic e Allevato (2011), observando o raciocínio dos alunos diante das questões do ENEM. A partir do que foi encontrado no decorrer da pesquisa, podemos inferir que, apesar de os professores saberem a importância desta metodologia para as aulas de Matemática, a maioria não a utiliza, trabalhando apenas em problemas propostos em livros didáticos, sem levar em consideração as etapas para a resolução de problemas. Desta forma, os problemas são tratados unicamente como exercícios de fixação, desvalorizando a prática autêntica de resolução. Isso justifica a dificuldade dos estudantes com relação à resolução de problemas matemáticos e, consequentemente, ao registro de seu raciocínio.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, ENEM, Ensino Médio, Matemática.

ABSTRACT

The present work presents results of a qualitative research carried out with students of the third year of High School of the Integrated Technical Course of Maintenance and Support in Informatics of the São João Evangelista / MG campus. The objective of this work is to understand, through the reports, the path traced by the students to arrive at the answers, being they correct or not, observing the baggage that they bring of the High School. For this purpose, ENEM issues were discussed between the years 2010 to 2017, regarding competence 5 - Modeling and solving problems involving socioeconomic or technical-scientific variables, using algebraic representations. The data were collected through the analysis of questionnaires made available to the students at the time of the prepared workshops. In order for this research to take place, a first meeting was required in which each workshop would be presented to the students and how they would occur. We chose to follow a script created by Onuchic and Allevato (2011), observing students' reasoning regarding ENEM issues. From what was found during the research, we can infer that, although teachers know the importance of this methodology for mathematics classes, most do not use it, only working on problems proposed in textbooks, without taking into account the steps for troubleshooting. In this way, problems are treated only as fixing exercises, devaluing the authentic practice of resolution. This justifies the students' difficulty in solving mathematical problems and, consequently, in recording their reasoning.

Keywords: Problem Solving, ENEM, High School, Mathematics.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	**Base Nacional de Conteúdos Curriculares**
CBC	**Currículo Básico Comum**
ENEM	**Exame Nacional do Ensino Médio**
IFMG	**Instituto Federal de Minas Gerais**
PCN	**Parâmetros Curriculares Nacionais**
PIBID	**Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência**
PISA	***Programme for International Student Assessment***
SEE/MG	**Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais**
SIMAVE	**Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública**
SJE	**São João Evangelista**
TCC	**Trabalho de Conclusão de Curso**

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE IMAGENS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretendemos apresentar a pesquisa realizada, discutindo sobre o tema, indicando os percursos metodológicos e a elaboração das oficinas que serão posteriormente analisadas.

1.1 Apresentação do tema

Este TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) intitulado "Investigando estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções" tem como foco principal compreender as estratégias de alunos do Ensino Médio na resolução de questões do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) que envolvem funções.

O tema, por hora proposto foi discutido dentro da metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática através da Resolução de problemas, conforme enfatizam Onuchic e Allevato (2004). A proposta das autoras citadas valorizam o ensino e a aprendizagem, bem como a avaliação atrelada neste processo. Outros autores também fazem parte da sustentação desta pesquisa, conforme poderá ser verificado no referencial teórico deste trabalho.

É fato que os diferentes conteúdos de Matemática, no âmbito da Educação Básica, necessitam ser discutidos além das suas resoluções propriamente ditas. E para isso é fundamental que cada educador situe os conteúdos a serem abordados em perspectivas teóricas que possibilitem uma aproximação entre o aluno e a Matemática.

O desenvolvimento do pensamento algébrico, dentre outros, através da resolução de problemas, pode ser fomentado, pois tal perspectiva tem a possibilidade de mobilizar alunos e professores para que enfrentem os dilemas da Matemática de forma mais proativa. No âmbito do processo de ensino e aprendizagem de funções, é fundamental, segundo as orientações curriculares:

> [...] descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe [...] ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função [...] através de uma variedade de situações-problemas [...]. (BRASIL, 1999, p. 43-44).

Conforme citado, os documentos curriculares apontam para a valorização da resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Isso implica em uma necessária mudança na prática do professor que ensina Matemática, pois nessa área não é mais tolerável que o aluno apenas vivencie práticas de algoritimização. Sabe-se que os chamados “exercícios” possuem pertinência quando usados em momentos oportunos, porém, não se pode fazer destes um instrumento repetitivo no cotidiano da sala de aula de Matemática.

A presença de situações-problemas pode aparecer em diversos momentos e em diálogo com várias áreas do conhecimento. Elas estão em destaque nas avaliações educacionais externas, em especial no ENEM. Contudo, é perceptível que as escolas de Educação Básica não têm desenvolvido estratégias de uso didático pedagógico das questões do ENEM. As poucas iniciativas observadas têm promovido treinamentos e pré-testes usando as questões dessa avaliação. Essa prática, embora legítima e permeada de boas intenções, carece de reflexões didáticas e pedagógicas. Entendemos que a escola poderia se valer das questões dessa avaliação externa não somente no aspecto preparatório, mas no de construção do conhecimento matemático. Se por um lado temos um livro didático[1] que em sua maioria valoriza “a resolução de exercícios”, por outro temos as provas do ENEM que se constituem em verdadeiros bancos de situações-problemas.

O ENEM é norteado por um conjunto de habilidades e competências, e traz questões contextualizadas que podem incentivar os alunos através da interdisciplinaridade e do desenvolvimento do raciocínio lógico. Ele é composto por 30 habilidades, na categoria Matemática e suas Tecnologias, 14 destas voltadas à resolução de problemas, que envolvem desde a interpretação até a resposta final encontrada pelo aluno.

Podemos perceber, a partir do exposto, que a Resolução de Problemas se faz presente nas propostas curriculares voltadas ao ensino da Matemática e também nas habilidades e competências cobradas no ENEM. Neste sentido, o educador precisa ir em busca de formas para estimular a aprendizagem dos alunos através da Resolução de problemas e trabalhar questões do ENEM de forma reflexiva pode ser um caminho para o ensino da Matemática.

As reflexões acima apresentadas são oriundas de práticas das autoras enquanto bolsistas do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) e professoras

---

[1] Não tivemos a intenção de generalizar o fato de alguns livros didáticos apresentarem uma abordagem tradicional do ensino da Matemática. Sabemos que existem autores e editores que buscam construir livros didáticos em consonância com as tendências mais modernas da Educação Matemática.

da Educação Básica. Nos períodos em que as pesquisadoras estiveram desenvolvendo atividades no contexto das escolas parceiras do PIBID foram observadas as dificuldades dos professores de Matemática em usar as questões do ENEM como propulsoras da construção de conhecimentos.

O citado justifica nossa proposta, que é promover oficinas com alunos do Ensino Médio do IFMG *campus* São João Evangelista, onde serão abordadas, na perspectiva de Resolução de Problemas, questões do ENEM que envolvem funções, sendo tal abordagem, objetivando a construção de conhecimentos e a análise investigativa do seu uso didático pedagógico na sala de aula.

1.2 Problema

É fato que, no âmbito da Educação Básica, o ensino da Matemática tem se mostrado complexo, desafiador e excludente. É tarefa dos futuros educadores, juntamente com seus formadores, pensar em estratégias e recursos teóricos, didáticos e pedagógicos para intervir nessa realidade. As avaliações oficiais, tais como ENEM, *Programme for International Student Assessment* - PISA e Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública - SIMAVE, têm mostrado que o ensino da Matemática necessita passar por mudanças significativas. Os alunos não estão acostumados com a prática de resolver problemas, ou seja, possuem dificuldades de enfrentar situações matemáticas contextualizadas e/ou dotadas de diferentes variáveis. Esse fato é um delimitador no avanço da vida escolar, pois, quando se deparam com uma avaliação como é o ENEM, se sentem impotentes, pois as questões envolvidas são situações-problema que demandam desde o ato de ler até desencadear em uma solução.

1.3 Justificativa

Conforme já foi relatado, a partir dos acompanhamentos nas escolas parceiras do PIBID, foi possível notar a forma como os alunos enfrentam a Matemática. Muitas perguntas eram feitas às pesquisadoras pelos alunos sobre a importância da disciplina para além da sala de aula, ou seja, no cotidiano.

O ensino da Matemática é caracterizado pela excessiva preocupação em treinamento, através de exercícios repetitivos, nos quais prevalece a memorização de processos sem a devida compreensão. É necessário que a escola busque elementos que contextualizem e relacionem a Matemática com a vida do aluno. Neste sentido, é importante enfatizar que:

> As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza pratica para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (BRASIL, 1998, p.37).

Complementando essa perspectiva, Corrêa e Rocha Filho (2015) reforçam que:

> [...] pensar o Ensino Médio, seus limites e possibilidades, desafia a todos os professores a buscar aportes teóricos para compreender as relações existentes entre as aprendizagens, os processos de educação, assim como o papel da escola e do professor diante da formação de um cidadão ético e autônomo intelectualmente. (CORRÊA; ROCHA FILHO, 2015, p.147).

Através da reflexão dos autores, podemos perceber que a escola deve assumir um importante papel no desenvolvimento da aprendizagem. Porém, para isso, é necessário que haja uma atuação dos educadores de forma a quebrar os paradigmas que visam a não valorização da formulação do pensamento algébrico, sendo essencial a busca por novas metodologias de ensino como a Resolução de Problemas que podem proporcionar a construção de conhecimentos matemáticos.

Percebe-se, atualmente, que as escolas, em sua maioria, usam métodos preparatórios para as avaliações externas, como: ENEM, SIMAVE e PISA, entre outras. É inegável que tais avaliações são importantes e necessárias. Contudo, é preocupante que estas se tornem o principal objetivo do ensino da Matemática. É sabido que o ensino de Matemática tem apresentado alto índice de fracasso escolar, demandando novas práticas e novas perspectivas metodológicas. Neste sentido, a aula de Matemática deve ser um espaço de construção de conceitos e conhecimentos, indo além de práticas executadas que objetivam preparar o aluno para as avaliações externas.

Devido às nossas atuações nas redes de ensino, como já citado, tivemos a oportunidade de presenciar e até mesmo atuar com formas de ensino preparatório e entendemos a importância de se repensar e criar estratégias para que o uso de avaliações tenha caráter didático e pedagógico. Em outras palavras, o professor pode utilizar situações-problemas delas advindas, realizar as adaptações necessárias e, com elas, fomentar discussões que levem os alunos a construir conceitos matemáticos.

Podemos citar, como exemplo, o banco de questões do ENEM, que se constitui num elemento importante para enriquecer uma prática de ensino de Matemática baseada na Resolução de Problemas.

Hoje, o ensino da Matemática passa por diferentes discussões. Uma das mais frequentes está na necessidade de novas metodologias. Essa afirmação é condizente com o que é indicado pelos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) que trazem que o objetivo da Matemática é auxiliar os estudantes a:

> Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias Matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
> Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
> Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas Matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
> Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
> Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
> Expressar-se oral escrita e graficamente em situações Matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
> Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
> Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
> Promover a realização pessoa mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades Matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 1999, p. 254).

Chegamos à conclusão de que a Resolução de Problemas é uma possibilidade para a aprendizagem do conteúdo matemático, cuja proposta é que o próprio aluno desenvolva o raciocínio e chegue à formalização de um conceito.

Durante nossa Licenciatura em Matemática, tivemos contato com a disciplina Resolução de Problemas e esta colaborou para nossa formação, pois, através dela, passamos a conhecer essa metodologia de ensino, durante nossos estudos e pesquisas. Concluímos que ela pode contribuir de forma significativa para a aprendizagem dos alunos.

A Resolução de Problemas, portanto, é uma metodologia de ensino que nós, futuras professoras, pretendemos utilizar em sala de aula, para não seguirmos somente o modelo tradicional de ensino da Matemática que consiste em tarefas mecânicas e repetitivas, mas sim explorar o conhecimento do aluno com o propósito de ele desenvolver seu raciocínio e tirar suas próprias conclusões sobre algum conteúdo a ser ensinado, não o recebendo pronto e acabado. Assim, o aluno participará do processo de construção do conhecimento.

Traremos, agora, a importância do conteúdo de funções, visto que este conteúdo sempre aparece nas avaliações externas, principalmente no ENEM e pode facilmente ser relacionado com situações do cotidiano. Neste sentido, o Currículo Básico Comum – CBC da Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais – SEE/MG destaca que:

> O conceito de função é um dos temas centrais e unificadores da matemática, podendo ser usado em diversas situações, mesmo não numéricas, por exemplo, na geometria, quando falamos em transformações geométricas.
> As funções elementares estudadas no Ensino Médio - afim, polinomial, exponencial e trigonométrica - permitem a análise de fenômenos que envolvam proporcionalidade, crescimento, decaimento e periodicidade, que são bastante comuns no cotidiano. (MINAS GERAIS, 2005, p.36).

Diante do exposto, decidimos, então, realizar uma discussão sobre questões do ENEM, que envolvessem o conceito de funções e, por meio desta, observar as estratégias utilizadas por cada aluno no momento da resolução dos problemas propostos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

Investigar estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções.

1.4.2 Objetivos Específicos

Partindo do principal objetivo, listamos outros específicos:

- Identificar como é tratado o conteúdo de funções no ENEM;
- Investigar estratégias orais e escritas usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções;
- Colocar em prática uma sequência didática através da Resolução de Problemas;
- Realizar uma intervenção sob a forma de oficinas com alunos do curso Técnico em Manutenção e Suporte em Informática do 3º ano do Ensino Médio.

1.5 Questão norteadora

Diante do problema citado, é razoável que algumas questões norteadoras sejam consideradas: Como a metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação através da Resolução de Problemas pode contribuir na abordagem de funções? Como utilizar as questões do ENEM que versam sobre funções, como recurso didático e pedagógico na aula de Matemática?

1.6 Caminhos metodológicos

A *priori* sentimos a necessidade de entender o que é método, para, posteriormente, conseguirmos descrevê-los. Garnica (2001) nos diz que Descartes define "método" como

> [...] regras certas e fáceis cuja observação exata fará que qualquer pessoa nunca tome nada de falso por verdadeiro e que, sem despender inutilmente o mínimo esforço de inteligência, chegue, por um aumento gradual e continuo de ciência, ao verdadeiro conhecimento de tudo o que for capaz de conhecer. (DESCARTES *apud* GARNICA, 2001, p.36).

1.6.1 Natureza da Pesquisa

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, está baseada em um método de investigação e não procura quantificar dados, mas observar e compreender o comportamento de determinado grupo de pessoas, frente a situações desafiadoras. Trata-se de uma pesquisa que tem como característica a interação do pesquisador com o contexto investigado. Como referência para sustentar o conceito de pesquisa qualitativa tem-se a descrição de Godoy (1995):

> Considerando, no entanto, que a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques. (GODOY, 1995, p.21)

Além disso, esta pesquisa utiliza novas propostas de trabalho através da metodologia de Resolução de Problemas e tem como principal objetivo coletar dados, descrevê-los e interpretá-los.

Para reforçar a ideia da pesquisa qualitativa, D' Ambrósio (1996) afirma que esta é: "[...] pesquisa focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. O referencial teórico, que resulta de uma filosofia do pesquisador, é intrínseco ao processo". (D'AMBRÓSIO, 1996, p.103)

Este autor ainda define algumas etapas a serem seguidas neste tipo de pesquisa:

> 1) Formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador;
> 2) Seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação;
> 3) Identificação das relações entre esses elementos;
> 4) Definição de estratégias de coleção e análise de dados;
> 5) Coleção de dados sobre os elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3;
> 6) Análise desses dados e refinamento das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2;
> 7) Redefinição de estratégias definidas no item 4;
> 8) Coleta e análise dos dados. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.103).

Através da análise das etapas de D’Ambrósio (1996), pode-se perceber que nossa pesquisa é de caráter qualitativo, uma vez que utilizamos os tópicos selecionados pelo autor para subsidiar o nosso trabalho de pesquisa, mas que também assume um perfil de pesquisa-ação, quando Thiollent (1985) expõe que:

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo. (THIOLLENT, 1985, p.14).

O foco desta pesquisa é o participante colaborador que, através de sua interação com as situações-problemas propostas, nos dará evidências sobre o processo de ensino, aprendizagem e avaliação do conteúdo de funções por meio da Resolução de Problemas.

1.6.2 Instrumentos

Para que seja realizada uma pesquisa, é de suma importância que se definam quais instrumentos serão necessários utilizar para facilitar a coleta de dados, pois são estes instrumentos que irão garantir o bom funcionamento da pesquisa e a veracidade das informações prestadas no final do processo.

Para isso, utilizamos recursos tecnológicos e descritivos para contribuir com a nossa coleta de dados e, consequentemente, nossa investigação. Dentre eles estão, câmeras fotográficas, quadro, pincel e folhas de perguntas e respostas. Além disso, nossas observações e anotações durante as oficinas foram essenciais para análise dos resultados, como poderá ser visto adiante.

.

1.6.3 Participantes

O público alvo para o trabalho serão os alunos do 3º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus* São João Evangelista- IFMG/SJE. O IFMG é uma instituição que oferece educação básica e profissional, de forma pluricurricular, especializada na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos às suas práticas pedagógicas (BRASIL, 2016).

Nessa instituição é ofertado aos alunos o Curso Técnico Integrado, onde eles poderão sair com competências e habilidades significativas sejam para o mercado de trabalho ou para a realização da prova do ENEM.

A seleção dos alunos colaboradores da pesquisa se deu através de inscrições que foram realizadas no próprio *Campus* cujos alunos voluntariamente buscaram participar das oficinas. Eram doze vagas para cada competência.

Diante disso, nosso público foi de doze alunos colaboradores para a pesquisa. Esse quantitativo de participantes nos possibilitou a observação e a interpretação dos dados coletados, pois puderam ser observados, além das produções individuais e em grupo, as atitudes, os diálogos e as produções escritas.

1.6.4 Métodos e Procedimentos

Durante o desenvolvimento da sequência didática, seguimos o roteiro de Onuchic e Allevato (2011) que propõem a seguinte estrutura para a prática de Resolução de Problemas:

- Preparação do problema
- Leitura individual
- Leitura em conjunto
- Resolução do problema
- Observar e incentivar
- Registro das resoluções na lousa
- Plenária
- Busca do consenso
- Formalização do conteúdo. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.83 – Adaptado pelos autores).

Primeiramente, foram analisadas as provas do ENEM dos anos de 2010 a 2017, na categoria Matemática e suas Tecnologias, e selecionadas todas as questões que se englobam o conteúdo funções. Feito isso, selecionamos as questões que consideramos mais representativas do conteúdo de funções para serem trabalhadas nas oficinas. Em seguida, foram escolhidas pelas pesquisadoras de duas a três questões para aplicação em cada encontro. No total, foram cinco encontros. Para cada encontro foi preparado um plano de aula, a fim de que ele nos guiasse no decorrer das oficinas.

Esses encontros aconteceram uma vez na semana, alternando entre as terças e quartas-feiras, em salas de aulas equipadas com quadro branco, computador e data show, nas dependências do IFMG/SJE, com alunos do 3° ano do Curso Técnico Integrado.

Disponibilizamos material impresso para os alunos para que eles registrassem estratégias percorridas para a solução de cada situação-problema.

Distribuímos uma questão de cada vez, pois, assim, não correríamos o risco de cada aluno começar a resolver uma questão diferente dos demais. Isso possibilitou que as discussões fossem feitas em conjunto. No primeiro momento, os alunos tiveram contato com a questão a ser resolvida. A intenção é que fosse feita a leitura individual do problema proposto, para, em seguida, realizarem uma leitura grupal e discutissem entres eles alguns caminhos que poderiam ser utilizados para a solução da situação-problema.

A partir daí, em grupo, os alunos, através de um trabalho colaborativo, buscaram a solução do problema proposto. Isso possibilitou o entendimento do conceito de funções. Observamos suas atitudes durante este trabalho coletivo, seus conhecimentos prévios e as estratégias que cada um percorreu. Em seguida, com a solução encontrada pelos estudantes, eles foram convidados a registrarem, na lousa, suas resoluções, para que os grupos discutissem as diferentes formas de resolução de uma situação-problema. O nosso trabalho, como pesquisadoras foi de orientação e mediação.

Depois de sanadas as dúvidas, realizada a discussão, e apresentadas as diversas soluções para o problema, fomos à busca do consenso sobre o resultado correto. Utilizamos da linguagem matemática para formalizar o conteúdo especificado.

Com todos os passos do roteiro seguidos, recolhemos o material com as resoluções dos alunos, e demos início à análise.

1.6.5 Tratamento dos dados

Para a análise dos dados, utilizamos todos os registros feitos em cada oficina, documentos escritos obtidos durante a pesquisa e, em especial, as discussões ocorridas no momento da realização dos problemas propostos. Analisamos separadamente as transcrições de cada folha resposta, para alcançar o principal objetivo: **Investigar estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções.**

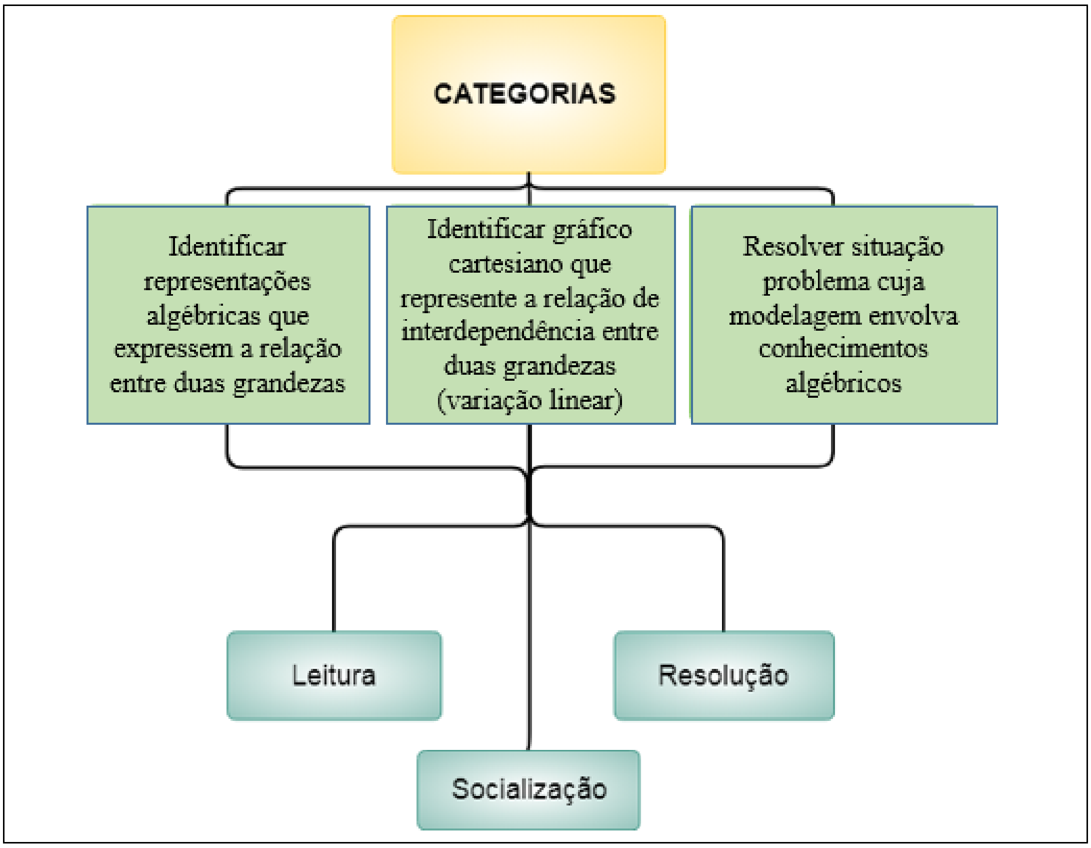
1.6.6 Categorização dos dados

Buscamos organizar categorias de análises. Para tanto, fomos a campo com uma prévia das categorias, porém, certas de que novas categorias ou a supressão das estabelecidas poderiam ocorrer. O processo de pesquisa em educação é dinâmico. As categorias foram construídas levando em consideração as habilidades da Competência 5 do ENEM, que diz

Modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas ou técnico-cientificas, usando representações algébricas.

As categorias foram subcategorizadas, sendo elas: leitura, resolução e socialização.

Figura 1 - Organograma das categorizações



Fonte: Elaborada pelas pesquisadoras.

Além disso, é importante descrevermos cada categoria de análise e suas subcategorias, de acordo com o quadro 1:

Quadro 1 - Caracterização das categorias

CATEGORIA	CARACTERIZAÇÃO GERAL
Identificar representações algébricas que expressem as relações entre duas grandezas.	Trata-se de questões nas quais apareça relação entre grandezas. Geralmente a resposta origina de uma expressão algébrica.
Identificar gráfico cartesiano que represente a relação de interdependência entre duas grandezas (variação linear).	Geralmente são questões nas quais aparecem gráficos cartesianos que advêm de alguma lei de formação.
Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos	São questões contextualizadas que trazem assuntos do cotidiano e relacionam as funções matemáticas a estes

algébricos.	assuntos.
Leitura	Primeiro passo que o estudante irá seguir após o primeiro contato com a situação-problema. Nessa etapa, ele irá tentar absorver o máximo de informações possíveis que estiver contida no enunciado da questão.
Resolução	Nessa etapa, seguida da leitura, o aluno utilizará de técnicas individuais para a solução do problema.
Socialização	Podemos tratá-la como uma etapa importante, onde acontecerá a troca de informações entre alunos. Cada um apresenta sua solução e sua linha de raciocínio. Em seguida, no decorrer da discussão e eles próprios chegam à conclusão da resposta. Agimos como mediadoras do processo.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

No capítulo 2, abordaremos o referencial teórico relativo à metodologia de Resolução de Problemas, ao conteúdo de funções e as características gerais das questões presentes no ENEM.

No capítulo 3, apresentaremos os resultados da pesquisa, bem como a descrição das atividades e análise de algumas questões que julgamos relevantes para nossa pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Conforme previsto, nesse tópico serão apresentados alguns aportes teóricos que norteiam a proposta da pesquisa. Vale ressaltar que buscamos por autores que veem a metodologia da Resolução de Problemas como uma forma de ensinar Matemática.

Assim, a fundamentação teórica está embasada nos pontos necessários para o esclarecimento sobre a importância de uma nova estrutura para a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio. Nessa proposta, temos documentos oficiais, tais como PCN (BRASIL, 1998) que traz a Resolução de Problemas da seguinte forma:

> Resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática [...] não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 32).

Portanto, através dos PCN, temos a descrição em relação à sua contribuição para o processo da metodologia da Resolução de problemas para a formação do pensamento matemático. Nesse sentido, de acordo com o Onuchic e Allevato (2004):

> Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática, e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHICÇ ALLEVATO, 2004, p. 218).

A proposta desse documento auxilia no processo de construção de atividades pelos professores para que os alunos possam ter uma aprendizagem voltada ao processo construtivo e não de forma repetitiva, podendo estabelecer conexões entre o conteúdo lecionado em sala com situações-problemas que possam aparecer no cotidiano.

As orientações nesse documento auxiliam para que as aulas possam ser feitas de maneira a seguir um campo de aprendizagem mais exploratório, capazes de auxiliar na formação de um aluno mais autônomo.

No que se refere à Resolução de Problemas, temos que os PCN focam nesse método como o fundamental para o início e para o processo do desenvolvimento do pensamento matemático. Podemos, também, ressaltar que o PDE defende uma abordagem de Matemática via Resolução de Problemas e essa metodologia de ensino é uma ferramenta fundamental no processo de aprendizagem. Vemos, através da análise desse documento (BRASIL, 2011), que são traçadas diretrizes para o ensino da Matemática. Essa forma de resolução de exercícios tem sido preocupante em algumas avaliações e estado presente nas matrizes curriculares de diferentes avaliações externas voltadas para a Matemática. Sobre isso enfatiza o PDE que:

> A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o foco Resolução de Problemas. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução (BRASIL, 2011, p.106).

Nessa perspectiva, é importante reconhecer a Resolução de Problemas como uma ferramenta metodológica para o processo de ensino, aprendizagem e avaliação em Matemática. Neste sentido, podemos nos respaldar em Silva (2015), que conclui:

> Portanto, acredita-se que os indivíduos podem ser estimulados a construir os próprios significados, pois só existe aprendizagem se o aluno estiver envolvido nas atividades a realizar. Assim, ele constrói, modifica e integra as ideias vivenciadas no conteúdo com outros conhecimentos. Sabe-se, porém, que a mera repetição de tarefas não conduzirá a conhecimentos mais profundos, como vários autores pesquisados afirmam, pois os alunos reagem às próprias expectativas relativas àquilo que conseguem ou não aprender, mas se forem encorajados a enfrentar problemas de forma ativa, as possibilidades de sucesso são muito maiores. (SILVA, 2015, p.88).

Nessa afirmativa, o autor defende a importância da Resolução de Problemas para o despertar do trabalho interativo entre docente e discente, visando o conhecimento prévio que os estudantes possuem diante dos conteúdos que são abordados durante as aulas. Nessa linha de pensamento, a forma de avaliação deve ser diferenciada.

Corroborando com esta metodologia, D'Ambrósio (1989) descreve que:

> [...] resolução, de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações problemas caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, mais atual, visa a construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida [...] Nesse processo o aluno envolve-se com o "fazer" matemática no sentido de criar hipóteses e conjecturas e investigá-los a partir da situação problema proposta. (D'AMBRÓSIO, 1989, p.3).

Podemos perceber que a Resolução de Problemas é uma metodologia em que o próprio aluno, através da investigação, será protagonista, utilizando não somente os processos de memorização, mas sabendo, na ausência deles, construir uma nova forma de resolução, pois eles próprios explorarão o problema e criarão hipóteses e conjecturas.

Para contribuir ainda mais com a nossa pesquisa, traremos, agora, uma citação de Onuchic e Allevato (2004), em que elas defendem essa ideia quando definem que:

> • Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o 'dar sentido'. Ao resolver problemas os alunos necessitam refletir sobre as ideias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema;
> • resolução de problemas desenvolve o "poder matemático". Os estudantes ao resolver problemas em sala de aula, se engajam em todos os cinco padrões de procedimentos descritos nos Standards 2000: resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação, que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além da compreensão do conteúdo que está sendo construído em sala de aula;
> • resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: 'Eu acredito que vocês podem fazer isso!' Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas;
> • é gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo ‹ensinar dizendo›. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos;
> • a formalização de toda teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feito pelo professor no final da atividade, faz mais sentido. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2004, p. 223-224).

Através da citação das autoras, podemos entender que a Resolução de Problemas pode trazer elementos importantes à prática pedagógica, inclusive o desenvolvimento da compreensão, da confiança e da autovalorização dos estudantes. D'Ambrósio (2008), citando Polya (1978), mostra as contribuições que a Resolução de Problemas traz ao ensino. Para o autor:

> A análise mais profunda do trabalho de Polya nos mostra uma visão de resolução de problemas muito mais rica do que a que foi assumida nas propostas curriculares. Polya estudava o trabalho de investigação dos matemáticos e propunha um ensino que criasse oportunidades para que os alunos se comportassem como matemáticos, investigando problemas abertos e desafiantes para todos. Esse aspecto da proposta pedagógica de Polya se perdeu na tentativa de inseri-lo em livros texto. (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 1).

Buscando uma prática pedagógica baseada na Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2011) propõem a seguinte sequência como norteadora para uma aula de Matemática investigativa:

> - Preparação do problema: selecionamos problemas, visando a construção de um novo conceito de função;
> - Leitura individual: entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
> - Leitura em conjunto: formar grupos e solicitar nova leitura e auxiliá-los caso necessário.
> - Resolução do problema: a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
> - Observar e incentivar: nessa etapa, enquanto os alunos buscam resolver o problema, observamos e analisamos o comportamento dos alunos e estimulamos os trabalhos colaborativo.
> - Registro das resoluções na lousa: representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções, certas ou erradas, para serem discutidas por todos.
> - Plenária: nesta etapa são convidados todos os alunos a fim de discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
> - Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, vamos tentar chegar a um consenso sobre o resultado correto.
> - Formalização do conteúdo: neste momento iremos fazer uma representação formal da resolução do problema, registrando a solução na lousa de forma organizada e estruturada. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.83).

Por meio da observação dessa sequência utilizada na pesquisa, podemos perceber que a Resolução de Problemas é uma metodologia que também apresenta uma sequência de passos para que possamos chegar a uma conclusão. Essa abordagem sugere que os alunos utilizem estratégias para resolver os problemas através da análise de dados presentes em uma situação-problema.

Como já foi dito, a nossa proposta de pesquisa consistiu em analisar as resoluções das questões do ENEM que envolvem funções, realizadas pelos alunos do 3º ano, onde nós, pesquisadoras, juntamente com os alunos, seguimos a sequência de Onuchic e Allevato (2011) descrita anteriormente. Este roteiro foi relevante na pesquisa, pois possui características da Resolução de Problemas e é visto pelas autoras como norteador ao trabalhar essa metodologia em sala de aula.

Polya (1978) relata que o aluno irá conseguir aprender a tecer novas formas de resoluções quando começar a utilizar a metodologia da Resolução de Problemas para fazer os problemas matemáticos. Quando os estudantes são submetidos a atividades que exploram o raciocínio, percebe-se, em alguns casos, um maior interesse pela turma.

É importante que a Resolução de Problemas estabeleça uma dialética entre a Matemática da sala de aula e a que é repleta de conhecimento prévio do aluno, ou seja, a forma de conhecimento matemático construído antes do contato escolar. Weinberg (2016) descreve sobre a importância do aluno como protagonista de sua aprendizagem ao relatar que:

> [...] Quando ele trilha o próprio caminho para solucionar uma questão, e não o caminho esperado pelo professor, frequentemente se considera que errou, mesmo tendo chegado à resposta certa. Como ocorre em outras disciplinas, os educadores ainda demonstram estar aferrados há um tempo em que o estudante ficava passivo e calado diante de uma lousa. Não entenderam que está mais do que na hora de colocá-lo no banco do motorista. (WEINBERG, 2016, p. 11).

Existe, assim, uma necessidade de proporcionar momentos de atividades que venham a despertar o raciocínio matemático dos estudantes e de interatividade com os grupos de alunos participantes das oficinas. A Resolução de Problemas vem com essa abordagem dinâmica.

2.1 História da Resolução de Problemas

Neste subtópico, buscaremos explanar um pouco sobre a história da Resolução de Problemas, para uma melhor contribuição do hodierno. Vimos que a preocupação com situações-problemas já vem de estudos há tempos e que vêm se aperfeiçoando com o tempo. Através de Andrade (1998), citado pela autora Onuchic (1999), temos que:

> Embora grande parte da literatura hoje conhecida em resolução de problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de George Polya datam de 1944. A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com os alunos se manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma natureza quantitativa para uma qualitativa. (ANDRADE, 1998, *apud* ONUCHIC, 1999, p. 203).

Através das observações sobre Resoluções de Problemas percebemos ser válido ressaltar o significado do termo problema, que é o ponto que vai aguçar a forma do pensamento ou a necessidade de se procurar meios algébricos de se chegar a uma solução. Alguns documentos relatam uma definição para o termo como, por exemplo, Vianna (2002).

O autor Vianna (2002) relata sobre problema através de alguns tópicos que são consideráveis para o nosso trabalho de pesquisa, quer sejam:

> 1. Um sujeito está diante de um problema quando se confronta com uma questão à qual não sabe dar resposta ou quando está diante de uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos de que já dispõe.
> 2. Um sujeito está diante de um problema quando: a) tem uma questão para resolver; b) quer ter uma resposta para essa questão; c) não tem, previamente, uma resposta para essa questão.
> 3. Um problema é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização

> da tarefa não for desejada pelo sujeito a situação não pode ser considerada um problema.
> 4. É problema tudo o que, de uma maneira ou de outra, implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza um certo efeito. A noção de problema não tem sentido se o sujeito puder aplicar um sistema de respostas inteiramente constituído. (VIANNA, 2002, p.2).

Assim, podemos perceber, através da definição descrita pelo autor, que o processo da Resolução de Problemas se inicia diante da necessidade de se resolver um problema e, que, além disso, cada indivíduo se depara com uma particularidade, pois, assim, por exemplo, um grupo de pessoas pode estar exposto ao mesmo problema, mas terá cada um uma forma diferente de ver e buscar soluções para ele.

Através da definição desse autor, percebemos que os alunos, ao resolver as questões propostas nas oficinas, estavam diante de um problema. Eles não tiveram um contato prévio com as questões e nem havia sido trabalhado previamente sobre elas, nem passado fórmulas para serem utilizadas.

Outro ponto que vale ressaltar nos comentários do autor é que o problema só pode ter essa definição se não o conhecemos previamente, se já não tivemos contato prévio com ele e se não sabemos a sua resposta. Como o autor relata, temos a percepção de que para se trabalhar uma atividade é preciso abrir mão de pedir que os alunos utilizem esquemas que induzam às respostas que já tenham soluções "pré-ditas". Porém, o ideal é que os estudantes desenvolvam e utilizem suas próprias estratégias.

Vários levantamentos são feitos pelo autor na obra que trazem a ideia de que o método de expor o aluno a situações-problemas é usual, mas que exige pesquisa do professor por abordagens de forma que explore essa metodologia de ensino na aplicação das disciplinas. A definição de problema no tópico relacionado à história da Resolução de Problemas foi importante, pois problemas sempre existiram, a necessidade de resolvê-los também e, para isso, é preciso saber identificá-los para serem bem trabalhados.

2.2 Contribuições acerca da metodologia Resolução de Problemas

Buscamos, neste tópico, por autores que trazem em suas citações aspectos que nos fazem perceber que a metodologia da Resolução de Problemas traz benefícios ao estudante, quando este realiza o ato de resolver problemas. Essas citações subsidiaram o tema e deram suporte à pesquisa que teve a Resolução de Problemas como principal metodologia.

Gomes, Barbosa e Concordido (2017) relatam em seu trabalho que:

> A resolução de problemas é uma metodologia que oportuniza aos estudantes a possibilidade de fazer Matemática, isto é, ao buscarem uma solução para o problema proposto, eles são levados a exercitar as suas habilidades intelectuais, criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, experimentação, capacidade de fazer analogias, interpretação dos resultados, etc. Desse modo, a resolução de problemas estreita a distância entre uma Matemática mais intuitiva, mais experimental e uma Matemática formal. (GOMES, BARBOSA; CONCORDIDO, 2017, p.111.).

Para fundamentar a ideia dessa perspectiva, que utiliza a proposta de aproximar o aluno às resoluções dos problemas através de seus conhecimentos prévios, Smole e Diniz (2001), utilizam-se do termo perspectiva metodológica e conceituam que:

> [...] a Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, “uma certa forma de ver” ou “um certo ponto de vista” corresponde a ampliar a conceituação de Resolução de Problemas como simples metodologia ou conjunto de orientações didáticas (SMOLE; DINIZ, 2001, p.89).

Essas autoras nos trazem ainda outra contribuição importante sobre a Resolução de Problemas através das seguintes palavras:

> [...] o aluno, enquanto resolve situações-problemas, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas. Simultaneamente, adquire confiança em seu modo de pensar e autonomia para investigar e resolver problemas. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 95).

Diante da citação acima, podemos perceber que a metodologia da Resolução de Problemas contribui para que o aluno desenvolva suas próprias estratégias e adquira confiança e autonomia para investigar e resolver problemas.

Outra citação importante relativa a essa metodologia, que tem o objetivo de analisar e considerar o processo de realização das atividades no qual o aluno se posiciona diante a problemática e a Resolução de Problemas é citada por Cavalcanti (2001):

> Para que os alunos sejam capazes de apresentar as diferentes maneiras que utilizam para resolver problemas, cabe ao professor propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizam para chegar ao resultado. (CAVALCANTI, 2001, p.125).

Assim, temos que, através do citado acima, possuímos argumentos plausíveis sobre as oficinas realizadas, por meio das quais se tinha essa ideia de atuar mediante as atividades propostas para os alunos, que traziam questões que exploravam as diversas possibilidades as quais foram resolvidas pelos alunos de forma individual ou em grupo de maneira discursiva e registrada.

Neste tópico, apresentamos uma breve descrição da perspectiva da Resolução de Problemas como metodologia para o processo de ensino, aprendizagem e avaliação da Matemática. Outros textos e outras reflexões ocorrerão ao longo da pesquisa por hora proposta.

2.3 Resolução de Problemas no ensino de Funções

A Resolução de Problemas voltada para o ensino de funções, *a priori*, traz algumas dúvidas, afinal, utilizar essa metodologia para a aplicação dessa temática é desafiador. Por isso, a escolha das questões precisou ser feita de maneira a buscar as que mais explorariam dos alunos a metodologia da Resolução de Problemas para chegarem a uma resposta. Sobre o assunto, Barbosa Filho (2017) relata:

> Assim, aliado ao fato de que, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999, p.255-257), em se tratando da questão da contextualização e da interdisciplinaridade, Funções é um exemplo de tema que permite tal abordagem, estabelecendo conexões entre conceitos matemáticos e também de outras áreas de conhecimento, este trabalho de pesquisa buscou explorar inicialmente o tema funções. (BARBOSA FILHO, 2017, p.34-35).

Temos, assim, que é relevante a Resolução de Problemas como forma de contextualização para o ensino de funções, tendo essa uma abordagem voltada para a possibilidade de se fazer relações com outros conteúdos e disciplinas. Goubert e Tróbia (S.d.) relatam que:

> Função é um conteúdo que nos possibilita associar a uma ampla diversidade de situações do dia-a-dia. A todo instante estamos estabelecendo relações entre as mais variadas grandezas. Quando a uma quantidade for comparada ao volume, a qualidade comparada à variação de preço, enfim sempre que estabelecemos comparação entre grandezas estaremos intuitivamente trabalhando com Funções. (GOUBERT; TROBIA, S.d, p.7).

Portanto, a utilização do tema função junto à metodologia de Resolução de Problemas foi favorável na obtenção do objetivo principal desta pesquisa que era analisar a forma que os alunos do Ensino Médio utilizaram para resolver as questões propostas, em observância no passo a passo feito por cada componente do grupo.

2.3.1 Contexto histórico de funções

Serão apresentadas algumas citações em uma dialética sobre o contexto histórico de funções, sendo algumas para que se tenha uma maior clareza sobre o tema. A *priori*, temos a descrição de Boyer e Merzbach (2012 *apud* SILVA, 2015, p.14):

> De maneira resumida, na antiguidade a noção de função aparece como uma dependência de valores de forma intuitiva. Ainda na Idade da Pedra, os homens a partir de suas experiências cotidianas e, digamos mesmo, caóticas, começaram a perceber a possibilidade de se realizar analogias e relações de semelhanças entre conjuntos de objetos variados que, estabelecendo uma correspondência entre eles, geram o processo de contagem (SILVA, 2015, p.14).

Para compor o conjunto teórico que visa subsidiar essa investigação, buscamos autores que trabalharam com essa mesma perspectiva no conceito de funções. Entre eles, podemos citar Andrade, Saraiva e Teixeira, que afirmam que: “O conceito de função é um dos conceitos mais importantes da Matemática. É extraordinário na diversidade das suas interpretações e representações. Porém, os alunos enfrentam muitas dificuldades quando tentam compreendê-lo” (ANDRADE; SARAIVA; TEIXEIRA, 2010, p.3). Embora os autores citados apontem as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem no contexto do conteúdo de funções, em contrapartida eles indicam a necessidade deste conhecimento para a compreensão do mundo que, em sua maioria, é organizado por modelos matemáticos representados por funções. No contexto das avaliações externas, as situações-problemas são, constantemente, presentes. No âmbito do ENEM, tais situações são comumente presentes, conforme nos aponta Lima (2011):

> A presença de situações-problemas pode ser observada em várias áreas do conhecimento, mas hoje está em destaque nas avaliações educacionais, principalmente no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), o qual é realizado anualmente para estudantes que concluíram a Educação Básica para avaliar o desempenho dos mesmos após esse término. A avaliação é feita através das competências e habilidades aprendidas durante todo o processo escolar ao exercício pleno da cidadania e serve como prova de acesso ao Ensino Superior. Essa prova é bastante contextualizada e interdisciplinar, onde os alunos não precisam de muita memorização dos conteúdos, pois exige raciocínio lógico para resolver os problemas. (LIMA, 2011, p.1).

Assim, podemos perceber que a metodologia de Resolução de Problemas vem se aperfeiçoando e sendo cada vez mais utilizada em provas que têm o objetivo classificatório, como citado por Lima (2011). Essa resolução proporciona uma forma de melhor aproveitamento dos conhecimentos prévios dos estudantes. Como proposto, e efetuado na nossa pesquisa que se direcionou para a utilização de questões do ENEM, com o objetivo de analisar o processo que os estudantes utilizaram para resolver as questões, os aportes teóricos no referencial contribuíram para a efetivação de um trabalho mais relevante.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesse capítulo, faremos a apresentação das atividades, um relato dos encontros em sala de aula, trazendo a resolução dos problemas realizada pelos alunos e a análise dos dados coletados durante a sequência didática, de acordo com a categorização estabelecida.

As resoluções dos problemas ocorreram a partir do roteiro de Onuchic e Allevato (2011). Primeiramente, era realizada uma leitura individual do problema e, em seguida, uma leitura em conjunto. Assim feito, podiam dar início às resoluções. Enquanto isso, nós, pesquisadoras, observávamos e incentivávamos quanto à resolução da situação-problema.

A partir do momento que percebíamos que todos já tinham resolvido a questão proposta, alguns colaboradores eram convidados a registrarem sua solução na lousa. Após isto, os demais alunos apresentavam sua resolução, oralmente ou escrita, e defendiam seu ponto de vista. Assim, eles chegavam num consenso, sobre o que estava certo, parcialmente certo ou errado. É importante destacar que em todo o processo houve a valorização das diferentes resoluções apresentadas.

Como foi dito anteriormente, disponibilizamos material impresso para os alunos registrarem suas soluções bem como suas estratégias seguidas para a resolução de cada problema. As análises serão feitas de acordo com a categorização estabelecida anteriormente, quer sejam: Identificar representações algébricas que expressem as relações entre duas grandezas; Identificar gráfico cartesiano que represente a relação de interdependência entre duas grandezas (variação linear); Resolver situação-problema cujos dados estejam expressos em gráfico cartesiano que mostre a variação de duas grandezas.

Vale lembrar que em cada uma destas categorias definimos três subcategorias: leitura, resolução e socialização.

3.1 Descrição dos encontros

ENCONTRO 1 - Em 18/04/2018, foi apresentada aos alunos participantes a nossa proposta de pesquisa. Deixamos claro como foi feita a seleção das questões que seriam trabalhadas durante os próximos encontros e que o nosso objetivo era analisar as estratégias utilizadas para a resolução de cada questão, bem como intervir de forma a contribuir para o ato de ler, interpretar e resolver problemas dos alunos. Estavam presentes onze estudantes.

Feito isso, esclarecemos as dúvidas que os alunos tiveram e demos início à resolução da primeira questão. Distribuímos para os alunos uma folha com uma questão retirada do ENEM de 2013 que abordava funções. Solicitamos a resolução desse problema e também o caminho percorrido para a solução.

ENCONTRO 2 – Em 24/04/2018, esclarecemos para os alunos que naquele encontro eles deveriam resolver, no mínimo, três questões, e que estas envolveriam relação entre duas grandezas e a identificação de expressões algébricas. Vale enfatizar que estes temas se encaixam no tópico funções. Essas questões foram retiradas do ENEM dos anos de 2010, 2011 e 2012.

Em seguida, disponibilizamos uma questão de cada vez para os alunos. Nessa oficina estavam presentes dez alunos. A maioria trabalhou em dupla, discutindo a questão com os outros colegas. Nesse encontro houve nossa intervenção durante a resolução, pois foram feitas perguntas relacionadas ao tema, indicando necessidade de ajuda, no sentido de rever conceitos que foram necessários para a solução dos problemas.

ENCONTRO 3 – Em 01/05/2018, trabalhamos três questões do ENEM, sendo uma do ano de 2013, outra de 2014 e a última, de 2016. Estavam presentes oito alunos nessa oficina.

Os estudantes seguiram o mesmo roteiro dos encontros anteriores. Resolveram cada questão que ofertamos a eles, trabalhando em grupo e, no final, discutimos as questões a fim de que todos chegassem à resposta correta.

Nessas questões, interrogamos aos alunos quais os conhecimentos prévios eles utilizaram para resolvê-las a fim de mostrar-lhes como os conceitos matemáticos estão interligados. Expomos para eles que, para resolverem aqueles problemas, precisariam lembrar-se de conteúdos que julgamos terem sido trabalhados em sala de aula nos anos anteriores.

ENCONTRO 4 – Em 08/05/2018, conseguimos explorar duas questões, todas do ENEM do ano de 2016. Contamos com sete alunos para o nosso trabalho. Essas questões contemplavam o tópico de Funções Exponenciais.

Seguindo o mesmo roteiro das três oficinas anteriores, demos início ao trabalho daquele dia. Entregamos aos alunos uma questão por vez. Eles faziam a leitura individual e em grupo, a discussão e, em seguida, a resolução. Agimos como mediadoras do processo, com o intuito de sanar alguma dúvida que surgia durante a solução do problema.

3.2 Análises e reflexões das produções dos alunos participantes

A seguir, temos as análises realizadas a partir das produções dos alunos participantes, tendo como base cada uma das categorias escolhidas, conforme já exposto anteriormente. Cada categoria será apresentada em uma seção distinta como forma de delimitação das análises.

3.2.1 Análise a partir da categoria "Identificar representações algébricas que expressem a relação de interdependência entre duas grandezas"

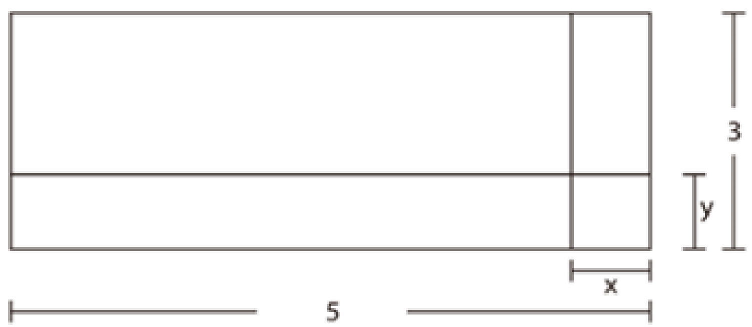
Para a primeira oficina escolhemos questões de nível mais básico para que os participantes se sentissem motivados para resolver os problemas. Como ressalta Silva (2015), os problemas matemáticos colaboram com o aprendizado do aluno, pois este, ao resolver problemas, desenvolve o raciocínio participando efetivamente da construção dos conceitos matemáticos.

As ilustrações presentes nas situações-problemas serviram de suporte para que os alunos interpretassem as questões e chegassem à solução esperada.

A situação-problema da figura 2 foi explorada por ser representativa desta categoria.

Figura 2 - Atividade 1

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$.



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

a) $2xy$ **b)** $15 - 3x$ **c)** $15 - 5y$ **d)** $-5y - 3x$ **e)** $5y + 3x - xy$

Fonte: INEP – ENEM, 2012.

3.2.1.1 Leitura atividade 1

Tendo a situação-problema acima distribuída entre os grupos dos participantes das oficinas, estes iniciaram o processo de leitura. Partindo do roteiro de Onuchic e Allevato (2011), a leitura é o primeiro passo para a resolução de um problema. Partindo desse pressuposto, solicitamos aos participantes que a realizassem. No primeiro instante, os alunos realizaram a leitura individualmente, e, em seguida, em conjunto.

Nesse momento, o objetivo era que o aluno conseguisse absorver o máximo de informações possíveis contidos no enunciado da questão, pois isso possibilitaria a resolução da situação-problema.

Esse caminho foi realizado por todos os alunos e o objetivo nesse tópico foi alcançado. Pode-se perceber que os colaboradores retiraram os dados do problema e entenderam o que estava sendo solicitado no problema proposto.

3.2.1.2 Resolução da atividade 1

O aluno, ao resolver problemas matemáticos, desenvolve o raciocínio, coloca em prática a criatividade, desenvolve estratégias e busca sua própria solução, sem que ninguém precise lhe dar a resposta pronta. Pozzo (1998) colabora para essa afirmativa, quando coloca que:

> Assim, ensiná-los a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor (POZZO, 1998, p. 9).

Diante do exposto, podemos perceber que a Resolução de Problemas pode ser utilizada como instrumento de aprendizagem em sala de aula pelos professores de Matemática.

Depois de realizada a leitura individual e em grupo, os alunos podiam dar início à resolução da questão. Cada um com seu material tentava resolver o problema de forma individualizada. Muitas perguntas surgiram durante as resoluções. Então, intervimos de forma a esclarecer as dúvidas dos estudantes.

Nessa questão da figura 2, esperávamos que os alunos, através do “pensar”, sem utilização de fórmulas matemáticas, manipulassem expressões algébricas contidas no enunciado a fim de chegar a apenas uma expressão, o que seria a alternativa correta. Porém, não era somente isso. No enunciado do problema continha informações relevantes para a resolução correta do problema. Por isso, a leitura e a interpretação são de grande importância na resolução de problemas. Para que eles chegassem à resposta correta, era necessário ter uma boa interpretação, pois existem informações nas entrelinhas do enunciado. A seguir será apresentada uma imagem dos alunos resolvendo a atividade 1.

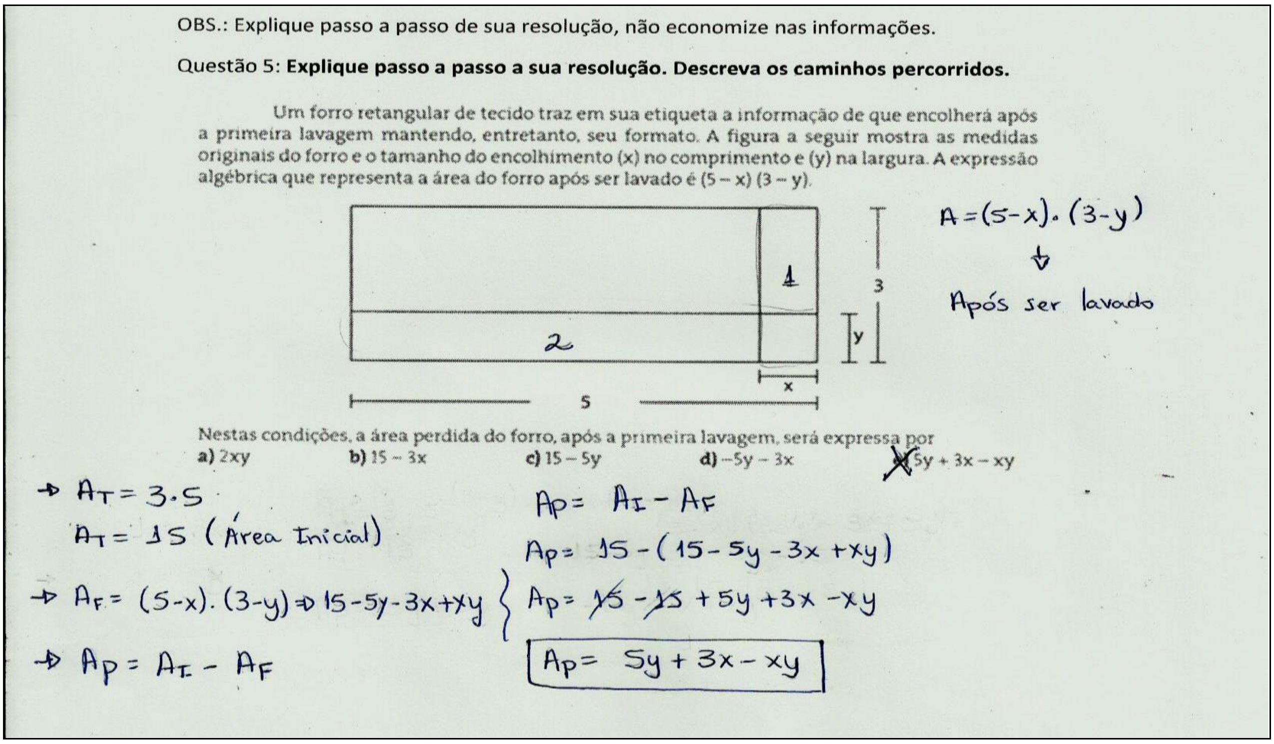
Imagem 1 – Aluno resolvendo a atividade 1

Fonte: Foto das autoras.

Podemos observar a concentração dos alunos nesta etapa. Estavam todos focados em resolver a questão. Vale ressaltar que não tivemos problemas com indisciplina dos alunos. A responsabilidade e a dedicação dos participantes eram evidentes e isto nos incentivou ainda mais a continuar com a pesquisa.

Apesar das diversas formas de resolução, a maioria dos participantes obteve êxito em suas respostas, o que contribui bastante para nossa pesquisa, retomando ao nosso objetivo principal, “Investigar estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções”. Então, quanto mais variedades nas respostas, mais dados teremos para enriquecer nossa análise A seguir, apresentaremos a resolução da atividade 1 pelo aluno “A”.

Figura 3 – Resolução da Atividade 1 pelo aluno "A"



OBS.: Explique passo a passo de sua resolução, não economize nas informações.

Questão 5: **Explique passo a passo a sua resolução. Descreva os caminhos percorridos.**

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).

Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

a) 2xy **b)** 15 – 3x **c)** 15 – 5y **d)** –5y – 3x **e)** 5y + 3x – xy

$\rightarrow A_T = 3.5$

$A_T = 15$ (Área Inicial)

$\rightarrow A_F = (5-x).(3-y) \Rightarrow 15 - 5y - 3x + xy$

$\rightarrow A_P = A_I - A_F$

$A_P = A_I - A_F$

$A_P = 15 - (15 - 5y - 3x + xy)$

$A_P = \cancel{15} - \cancel{15} + 5y + 3x - xy$

$\boxed{A_P = 5y + 3x - xy}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Como pode ser observado, o aluno "A" demonstrou-se bem interessado na nossa proposta e tentou explicar o máximo possível seu raciocínio para a resolução da questão. Nesta resolução, podemos observar a organização que ele teve em retirar os dados contidos no enunciado da questão e também os que não estavam explícitos.

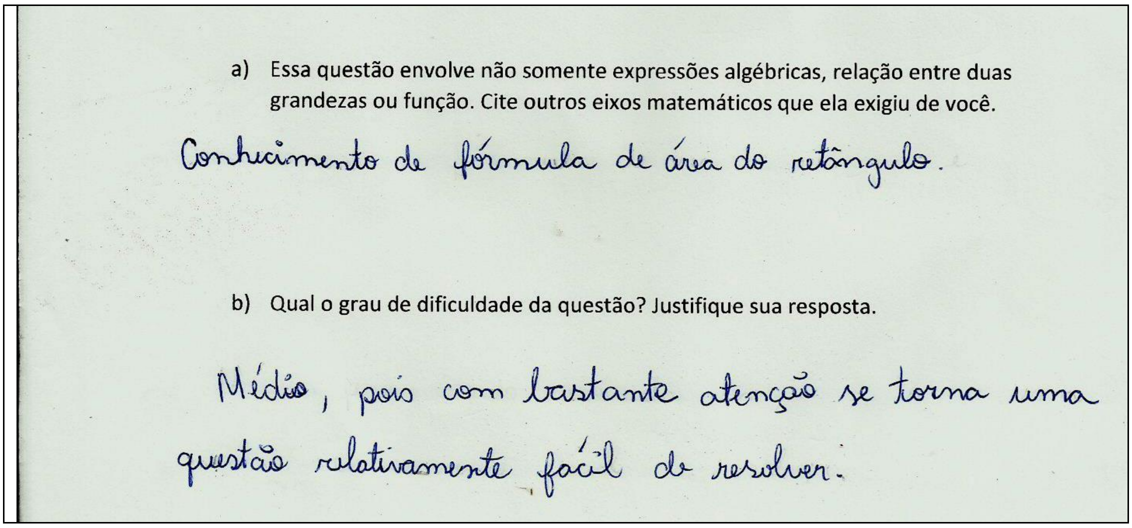
Primeiramente, através da ilustração que contém na questão, ele conseguiu descobrir a área inicial do forro retangular. Ressaltando que não foi necessário lembrar-se de fórmulas estudadas em sala de aula. Quando o aluno se depara com este desenho de um retângulo, pode vir a sua mente que ele tem que lembrar qual é a formula da área do retângulo. Mas não, pois no próprio enunciado essa fórmula é trazida de maneira contextualizada. Isso permite que, por meio da leitura e interpretação da questão, eles consigam deduzir a maneira como irão calcular a área perdida do forro após a primeira lavagem.

Isto fez com que o aluno descobrisse a área total do forro, pois as medidas estão contidas na ilustração. Após isso, o aluno deduziu que área perdida seria a área total inicial subtraída da área final do forro. Mas o que seria a área final? Na resolução podemos ver que a área final é a área do forro após ser lavado. Esse dado está explícito no enunciado através de expressões algébricas. Como podemos ver, o aluno desenvolveu essas expressões, aplicando a propriedade distributiva na multiplicação de expressões algébricas.

Logo em seguida, o estudante montou uma relação que ele próprio encontrou Ap (área perdida) = Ai (área inicial) – Af (área final), substituiu os valores nessa equação e chegou à resposta correta.

Após a questão, disponibilizamos, no mesmo material, algumas perguntas as quais que julgávamos importantes para nossa pesquisa. Na figura 4 abaixo expomos as respostas às perguntas relativas à atividade 1 pelo aluno “A”.

Figura 4 – Respostas do aluno “A” às perguntas relativas à Atividade 1



a) Essa questão envolve não somente expressões algébricas, relação entre duas grandezas ou função. Cite outros eixos matemáticos que ela exigiu de você.

Conhecimento de fórmula de área do retângulo.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Justifique sua resposta.

Médio, pois com bastante atenção se torna uma questão relativamente fácil de resolver.

Fonte: Dados da pesquisa.

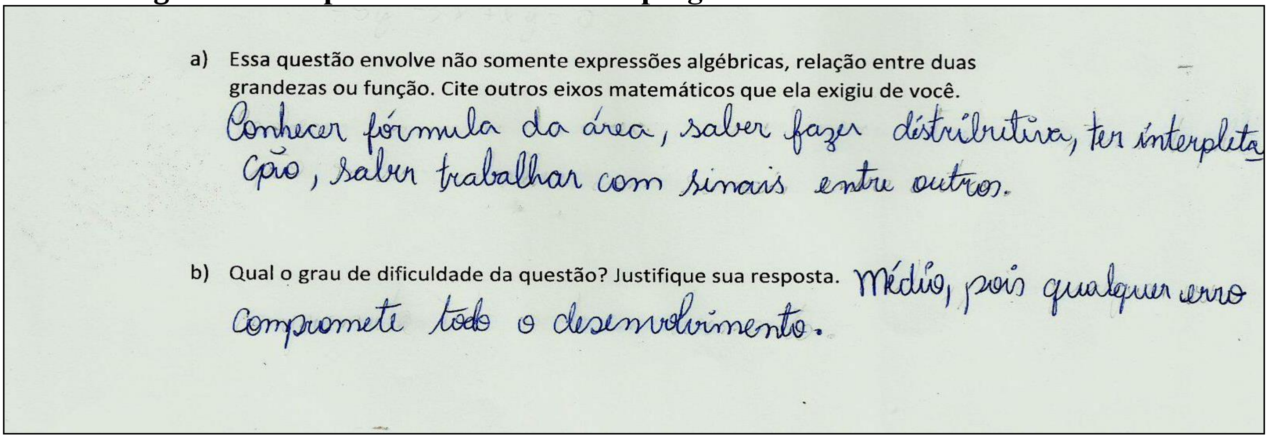
Neste primeiro questionamento, nossa intenção era que os alunos citassem todos os conhecimentos matemáticos que eles utilizaram para resolver a questão. E através disso eles próprios interligassem os diferentes eixos matemáticos que são abordados em uma única questão.

Este aluno citou apenas “O conhecimento de fórmula de área do retângulo”, ou seja, ele não conseguiu descrever os demais eixos utilizados para resolução da questão. Essa era uma das maiores dificuldades dos alunos, eles sabiam manipular os números, mas não conseguiam identificar qual era a temática envolvida naquela manipulação.

O segundo questionamento, era somente para sabermos a opinião dos alunos sobre o grau de dificuldade da questão. Julgamos essa pergunta importante e necessária, pois as diferentes opiniões contribuirão para a nossa pesquisa. Como podemos ver, esse aluno achou a questão mediana e dá uma ênfase em relação à atenção que ela teve em resolver a questão.

Já o aluno “B”, que também conseguiu resolver a questão corretamente soube descrever mais eixos que ele utilizou na resolução da questão. E também cita a importância da atenção ao resolver o problema, ressaltando que "qualquer erro compromete todo o desenvolvimento". Apresentaremos a seguir as respostas do aluno "B" referente à atividade 1.

Figura 5 – Respostas do aluno "B" às perguntas relativas à Atividade 1



a) Essa questão envolve não somente expressões algébricas, relação entre duas grandezas ou função. Cite outros eixos matemáticos que ela exigiu de você.

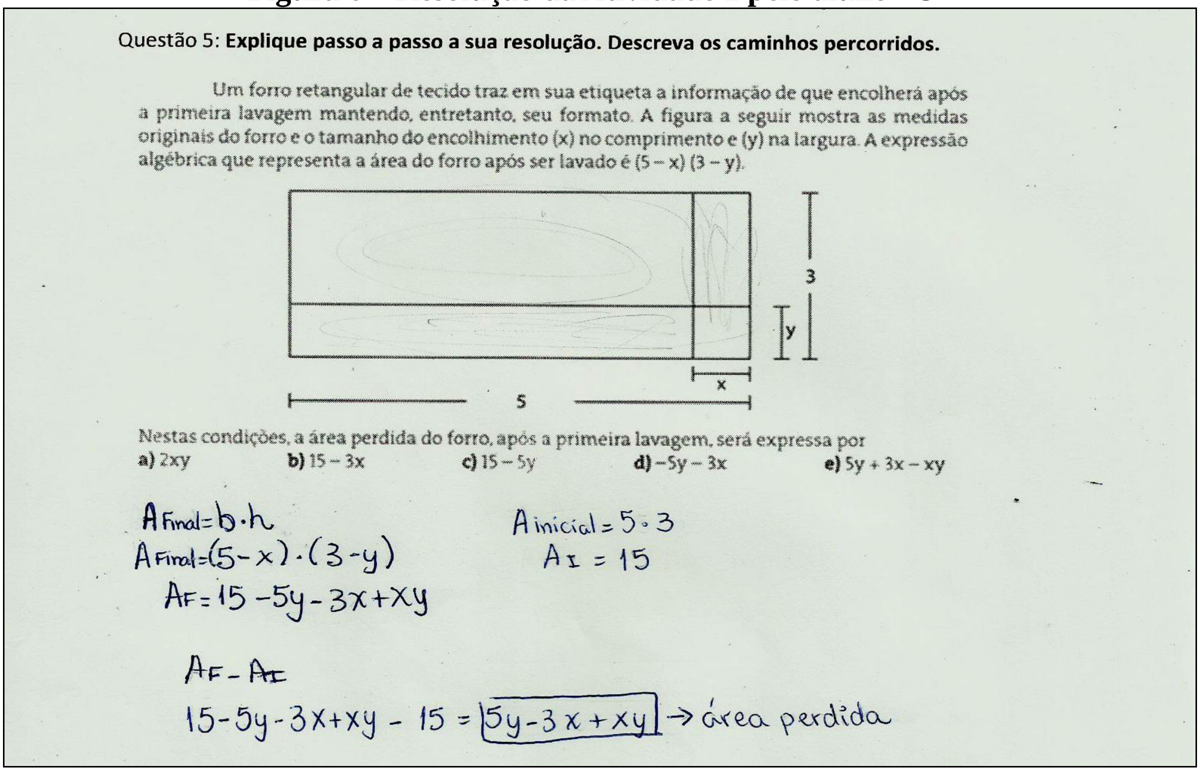
Conhecer fórmula da área, saber fazer distributiva, ter interpletação, saber trabalhar com sinais entre outros.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Justifique sua resposta. Médio, pois qualquer erro compromete todo o desenvolvimento.

Fonte: Dados da pesquisa.

Para enriquecer nossa análise de dados e consequentemente nossa pesquisa, optamos por apresentar mais de uma solução de uma atividade para compararmos os resultados. Considerando esse aspecto, traremos, agora, uma segunda solução da atividade 1 pelo aluno "C" (FIGURA 6).

Figura 6 – Resolução da Atividade 1 pelo aluno "C"



Questão 5: **Explique passo a passo a sua resolução. Descreva os caminhos percorridos.**

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).

Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

a) 2xy **b)** 15 – 3x **c)** 15 – 5y **d)** –5y – 3x **e)** 5y + 3x – xy

$A_{Final} = b \cdot h$

$A_{Final} = (5-x)\cdot(3-y)$

$A_F = 15 - 5y - 3x + xy$

$A_{inicial} = 5 \cdot 3$

$A_I = 15$

$A_F - A_I$

$15 - 5y - 3x + xy - 15 = \boxed{5y - 3x + xy} \rightarrow$ área perdida

Fonte: Dados da pesquisa.

Podemos verificar nesta questão resolvida pelo aluno “C”, que houve um equívoco na resolução. Ele até conseguiu expressar a fórmula da área do retângulo, como podemos notar no seu desenvolvimento. Conseguiu encontrar a área inicial do forro e a área do forro após ser lavado (área final). Mas no momento de chegar à resposta final, quando ele deveria subtrair da área inicial a área final, ele fez o oposto, ou seja, subtraiu da área final a área inicial. Isso fez com que ele errasse a questão. Ele não percebeu seu erro e marcou a resposta correta, mas ao acaso.

O erro foi devido à falta de atenção do aluno, ao realizar as manipulações e ao interpretar o que foi pedido na questão. Isso comprova o que os alunos “A” e “B” responderam nos questionários apresentados nas figuras 4 e 5, quando afirmam, respectivamente, que a falta de atenção e qualquer erro na interpretação compromete todo o desenvolvimento da questão.

3.2.1.3 Socialização da atividade 1

Podemos considerar esse passo como o desfecho da solução do problema, segundo Onuchic e Allevato (2011). A socialização consistiu em os próprios alunos apresentarem aos outros suas diferentes formas de resolução. As discussões quanto às resoluções foram então realizadas.

Convidamos alguns alunos para registrarem sua resolução na lousa, afim de que todos pudessem ter acesso às diferentes soluções. Neste momento, nós, pesquisadoras, através das próprias resoluções dos alunos, mostramos a diversidade de maneiras que existem para resolver um mesmo problema, e, ainda, que o diferente não significa o erro, sendo apenas uma das formas de se resolver problemas os quais nem sempre é necessário o uso de fórmulas. A seguir, traremos uma imagem dos alunos realizando esta etapa, ou seja, registrando sua solução na lousa.

Imagem 2 - Aluno registrando na lousa sua resolução

Fonte: Foto das autoras.

Já com relação à **Atividade 2**, esta questão aborda a relação entre grandezas de forma contextualizada, através de assuntos do cotidiano. São fornecidos, no enunciado, os dados necessários à resolução da questão por meio de grandezas relacionadas à alguma variável. Escolhemos esta questão por ela ser representativa para a categoria “Identificar representações algébricas que expressem a relação de interdependência entre duas grandezas”. Eis a atividade 2:

Figura 7 - Atividade 2

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) $5X - 3Y + 15 = 0$
b) $5X - 2Y + 10 = 0$
c) $3X - 3Y + 15 = 0$
d) $3X - 2Y + 15 = 0$
e) $3X - 2Y + 10 = 0$

Fonte: INEP – ENEM, 2013

3.2.1.4 Leitura da atividade 2

Nesse instante, os alunos leram o problema individualmente. Em seguida, fizeram a leitura em conjunto. Solicitamos que retirassem os dados que estavam contidos no enunciado para facilitar na resolução e, em seguida, dessem início à resolução do problema. Não houve dúvidas quanto ao que era pedido na questão.

Porém, para o entendimento completo da questão, houve a necessidade de que a leitura ocorresse com maior intensidade, sendo preciso ler a situação-problema várias vezes. Com isto, percebemos a dificuldade que eles apresentavam em relação à leitura e à interpretação de problemas.

3.2.1.5 Resolução da atividade 2

Logo após a leitura individual e em conjunto, com os dados retirados do enunciado da questão, os alunos deram início à resolução do problema. Cada um tinha sua folha de pergunta, então, a resolução era individual neste primeiro instante.

Nesta etapa, segundo D’Ambrósio (1989), o aluno envolve-se com o "fazer" Matemática, no sentido de criar hipóteses e conjecturas e investigar os problemas a partir da situação-problema proposta.

Era esperado que os estudantes interpretassem a questão de forma condizente com as informações fornecidas, relacionasse as grandezas citadas na situação-problema, e diante disso, manipulassem as equações encontradas, para, finalmente, encontrarem a expressão que apresenta a relação entre X e Y, que é o objetivo da questão.

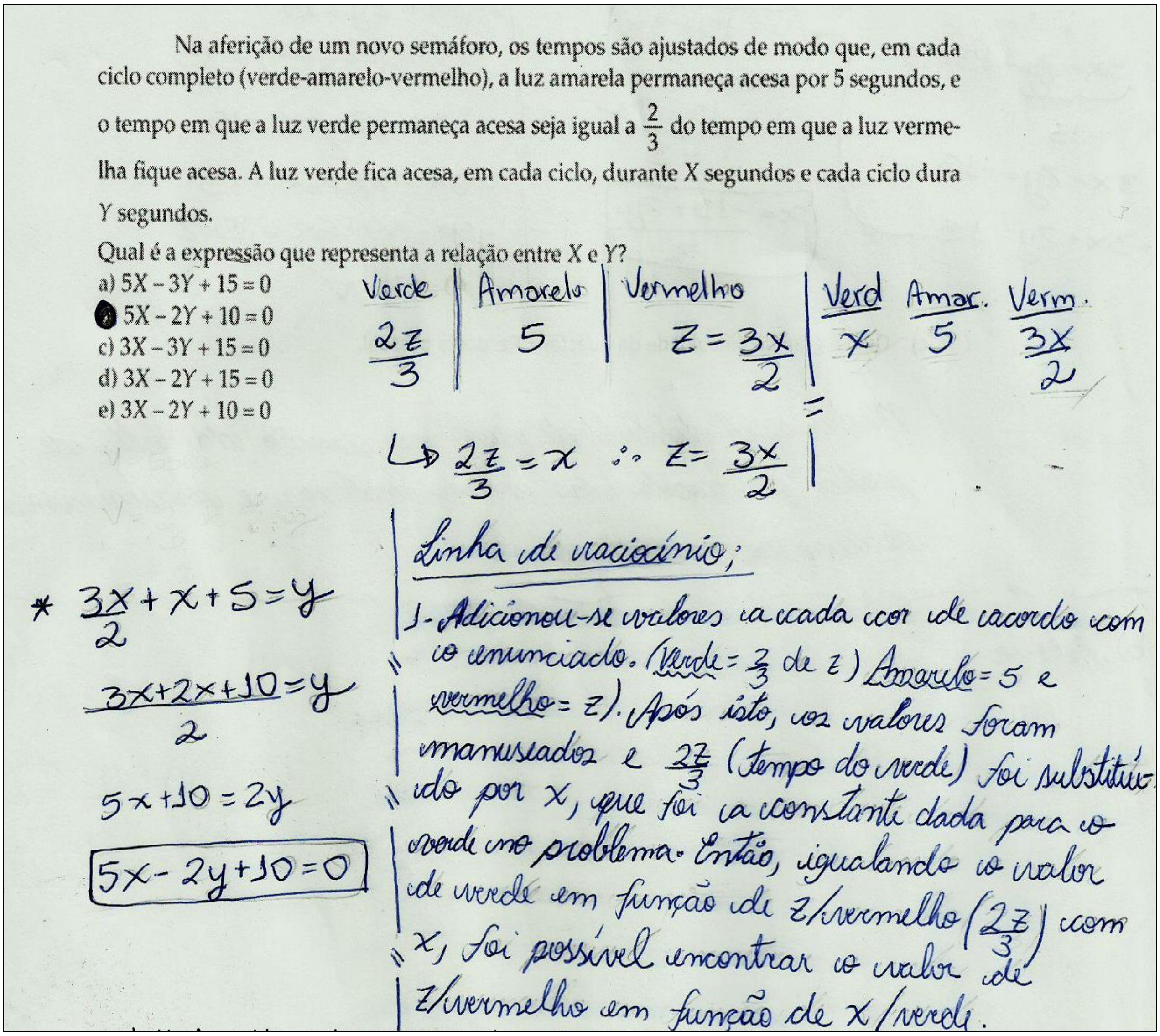
Imagem 3 – Alunos resolvendo a atividade 2

Fonte: Foto das autoras.

Obtivemos várias soluções, pois cada aluno possui sua particularidade. Os estudantes apresentaram muita dificuldade no conteúdo envolvido na questão, fazendo surgir muitas dúvidas. Assim, como mediadoras do processo, nosso papel foi de auxiliar os alunos.

Esclarecidas as dúvidas, os participantes resolveram a questão. Como solicitamos em todas as questões que explicassem o passo a passo da resolução, as respostas divergiam nesse sentido. Alguns conseguiam descrever todo o processo de resolução e outros não conseguiam realizar esta tarefa. A seguir, apresentaremos a resolução da situação-problema 2 pelo aluno “D”.

Figura 8 – Resolução da Atividade 2 pelo aluno “D”


Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) $5X - 3Y + 15 = 0$
b) $5X - 2Y + 10 = 0$
c) $3X - 3Y + 15 = 0$
d) $3X - 2Y + 15 = 0$
e) $3X - 2Y + 10 = 0$

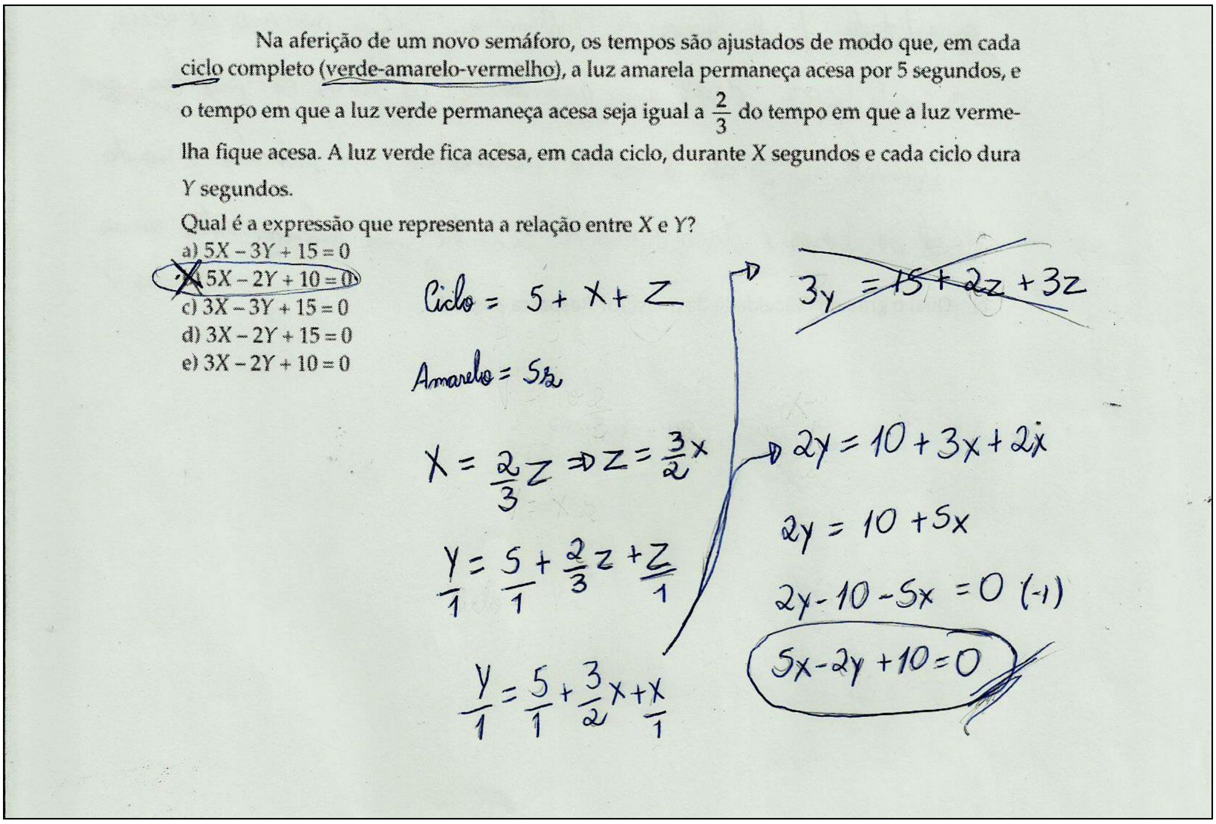
Fonte: Dados da pesquisa.

Podemos ver que este aluno, além de resolver a questão corretamente, descreveu passo a passo o caminho percorrido e ainda nomeou essa ação como “linha de raciocínio”, como podemos ver na figura 8.

É notável a riqueza de informações que este aluno traz em sua descrição. Analisando sua resolução, percebemos que, primeiramente, ele retirou os dados do problema. Em seguida, através da interpretação da questão, ele criou hipóteses e as concluiu posteriormente. Em sua explicação, podemos verificar que ele descreve como chegou ao resultado final.

Ao vermos a resolução acima, notamos que ele atribuiu valores para cada cor presente no enunciado da questão. Após, ele manuseou as expressões algébricas fornecidas na questão e, assim, encontrou o resultado correto. A figura 9 mostra a solução da atividade 2 realizada por outro aluno, o qual denominamos de aluno “E”.

Figura 9 – Resolução da Atividade 2 pelo aluno "E"



Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) $5X - 3Y + 15 = 0$

b) $5X - 2Y + 10 = 0$

c) $3X - 3Y + 15 = 0$

d) $3X - 2Y + 15 = 0$

e) $3X - 2Y + 10 = 0$

Ciclo $= 5 + X + Z$

Amarelo $= 5s$

$X = \frac{2}{3}Z \Rightarrow Z = \frac{3}{2}X$

$\frac{Y}{1} = \frac{5}{1} + \frac{2}{3}z + \frac{Z}{1}$

$\frac{Y}{1} = \frac{5}{1} + \frac{3}{2}X + \frac{X}{1}$

$\cancel{3y = 15 + 2z + 3z}$

$2y = 10 + 3x + 2x$

$2y = 10 + 5x$

$2y - 10 - 5x = 0 \ (-1)$

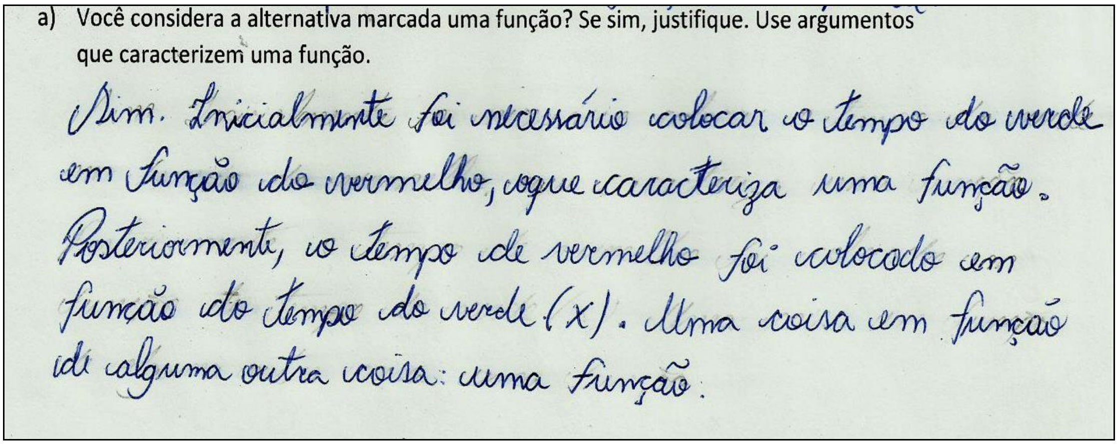
$5x - 2y + 10 = 0$

Fonte: Dados da pesquisa.

Esta resolução também está correta. Porém, o aluno não conseguiu descrever sua linha de raciocínio. Esse fato é muito comum, quando o aluno não está acostumado com a metodologia da Resolução de Problemas. Perguntamos a eles se esta metodologia era trabalhada em sala de aula pelos seus professores de Matemática, e a resposta foi negativa. Tomamos isso como uma justificativa para o ocorrido, pois segundo Polya (1978), só se aprende a resolver problemas, resolvendo-os. Então, se o aluno não tem contato com problemas matemáticos no ambiente escolar, sua dificuldade pode aumentar para resolvê-los e, consequentemente, descrever os caminhos percorridos para chegar à resolução.

Após essa questão, acrescentamos um questionamento acerca desta situação-problema. Nosso objetivo era de que o aluno recordasse o conceito de função matemática e soubesse descrever algumas de suas características. A figura 10 a seguir apresenta a resposta do aluno "D" à pergunta relativa à atividade 2.

Figura 10 - Respostas do aluno “D” à pergunta relativa à atividade 2



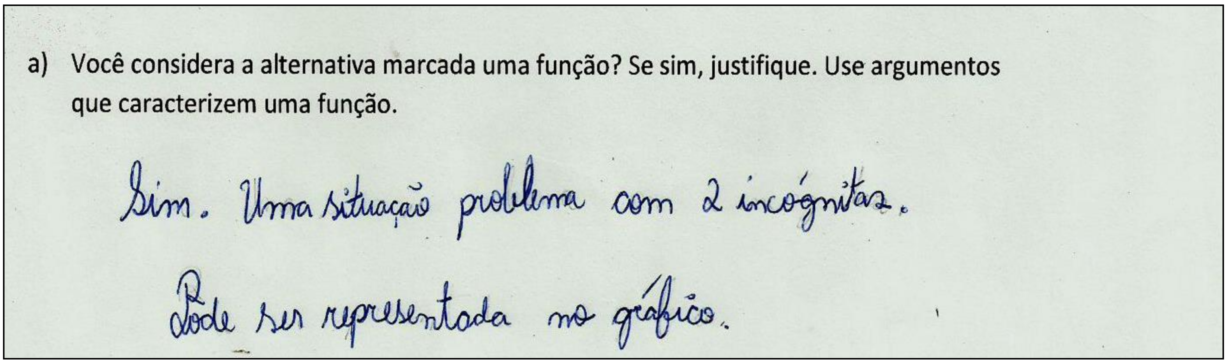
a) Você considera a alternativa marcada uma função? Se sim, justifique. Use argumentos que caracterizem uma função.

Sim. Inicialmente foi necessário colocar o tempo do verde em função do vermelho, o que caracteriza uma função. Posteriormente, o tempo de vermelho foi colocado em função do tempo do verde (x). Uma coisa em função di alguma outra coisa: uma função.

Fonte: Dados da pesquisa.

Este aluno, como podemos notar, atingiu o objetivo do questionamento, pois em seus argumentos ele explica que os conhecimentos utilizados para resolver a situação-problema são baseados no conteúdo de funções. Ele ainda conclui, explicitando o sentido, para ele, de função: “Uma coisa em função de alguma outra coisa: uma função”. A seguir apresentaremos outra resposta sobre este mesmo questionamento dada por outro aluno participante, o qual denominamos “E”.

Figura 11 - Respostas do aluno “E” à pergunta relativa à atividade 2



a) Você considera a alternativa marcada uma função? Se sim, justifique. Use argumentos que caracterizem uma função.

Sim. Uma situação problema com 2 incógnitas.

Pode ser representada no gráfico.

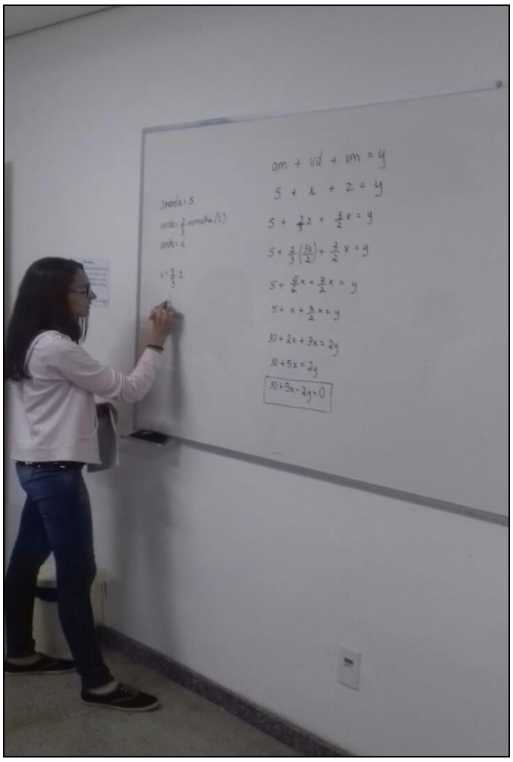
Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno acima caracterizou a alternativa marcada como “uma situação problema com duas incógnitas” e “pode ser representada no gráfico”. E estas podem ser consideradas características de uma função matemática, o que nos leva a concluir que o participante também atingiu o objetivo desta questão.

3.2.1.6 Socialização da atividade 2

Sendo este último passo do processo, os alunos foram convidados a registrar suas soluções na lousa, e defenderem seu ponto de vista. Cavalcanti (2001) relata sobre a importância de um espaço para que os alunos possam trabalhar a resolução de problemas, através de estratégias e registros que os auxiliem no processo de realização das atividades. Por isso, reservamos este momento de discussões a fim de auxiliar no processo de Resolução de Problemas. Nós, pesquisadoras, acompanhávamos as explicações dos alunos e quando preciso, esclarecíamos algum erro que eles cometiam durante a explanação das ideias no quadro (IMAGEM 4).

Imagem 4 - Aluna registrando na lousa sua resolução



Fonte: Foto das autoras.

Após o registro das soluções na lousa pelos próprios alunos, discutíamos a questão e todos defendiam seu ponto de vista. É nesta etapa que descobrimos, juntamente com os alunos, as diversas formas de resolução do problema. Com isto, podemos perceber que o diferente não significa o errado, apenas nos mostra que a Matemática é diversa e que a Resolução de Problemas não tem regras para seguir, mas apresenta caminhos para que o aluno desenvolva o raciocínio, a criatividade se para chegar a uma mesma resposta.

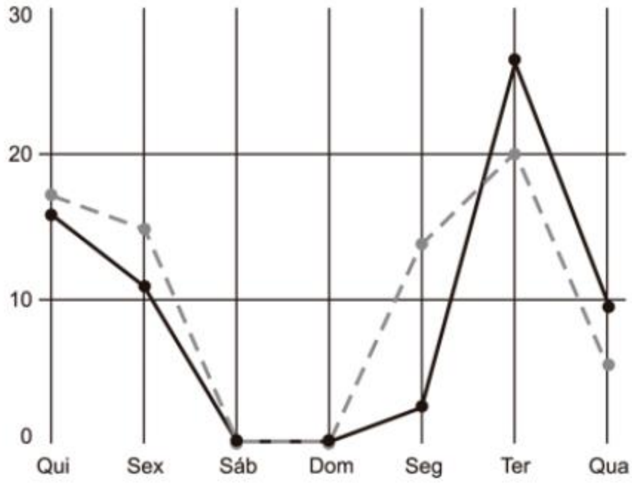
3.2.2 Análise a partir da categoria "Identificar gráfico cartesiano que represente a relação de interdependência entre duas grandezas (variação linear)"

Escolhemos as questões mais representativas desta categoria. Basicamente, tratam-se de questões que consistem em análise de gráficos cartesianos, a iniciarmos pela **Atividade 3**.

Para resolverem essas questões, os alunos preferiram trabalhar em grupo, pois, assim, discutiam a questão com os outros colegas. Foi preciso nossa intervenção durante a resolução, já que eles fizeram perguntas relacionadas à questão, ao que foram ajudados. Temos, a seguir, a atividade 3, representada pela figura 12.

Figura 12 – Atividade 3

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: http://blog.bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

Fonte: INEP – ENEM, 2012.

3.2.2.1 Leitura da atividade 3

Depois de apresentada a questão, os alunos fizeram a leitura individual e em conjunto. Interpretaram o enunciado, tomaram nota do que era pedido no problema e deram início à resolução.

Um dos relatos que mais ouvimos foi que a questão era fácil demais. Muitos disseram “Que questão boba, é só olhar no gráfico!” Então, perguntamos “Mas o que devemos olhar no gráfico?”. Foi nesta hora que perceberam que a leitura e a interpretação eram fatores importantes a serem considerados para que eles soubessem quais informações interpretar no gráfico e, assim, chegarem à resposta correta.

Smole e Diniz (2001) afirmam que a dificuldade em interpretar problemas matemáticos se dá pela forma como estes problemas são escritos. Diante disso, vale ressaltar que a falta de compreensão de algum conceito envolvido no problema ou algum termo matemático que o estudante não compreenda pode se transformar em obstáculos para o não entendimento da situação-problema.

3.2.2.2 Resolução da atividade 3

Nesta etapa, os alunos resolveram a questão pedida. Solicitamos que descrevessem seu raciocínio e não apenas marcassem a resposta. Nessa hora, surgiram muitas dúvidas sobre o que eles iriam escrever. Uma das frases mais ouvidas neste momento era “Como eu vou explicar isso?”, sendo esse um dos principais questionamentos que os alunos mais utilizavam no momento de descreverem seu raciocínio.

Isto nos preocupava, pois precisávamos desses argumentos para alcançarmos nosso principal objetivo, que era “Investigar estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções.” Mas com muita conversa, explicação e discussão, conseguimos incentivar os alunos a apresentarem, ao menos oralmente, o raciocínio que eles utilizaram para resolver cada questão.

Essa se trata de uma questão contextualizada, como já citado no capítulo 1, sendo uma característica das questões do ENEM. O objetivo dessa questão era apenas a análise de gráfico. Nela aparecem dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente de uma empresa.

É dito, no enunciado, que o gerente precisa identificar os dias da semana em que o número de reclamações resolvidas ultrapassa o número de reclamações recebidas. Para isso, basta descobrir qual gráfico representa as reclamações resolvidas e as reclamações recebidas.

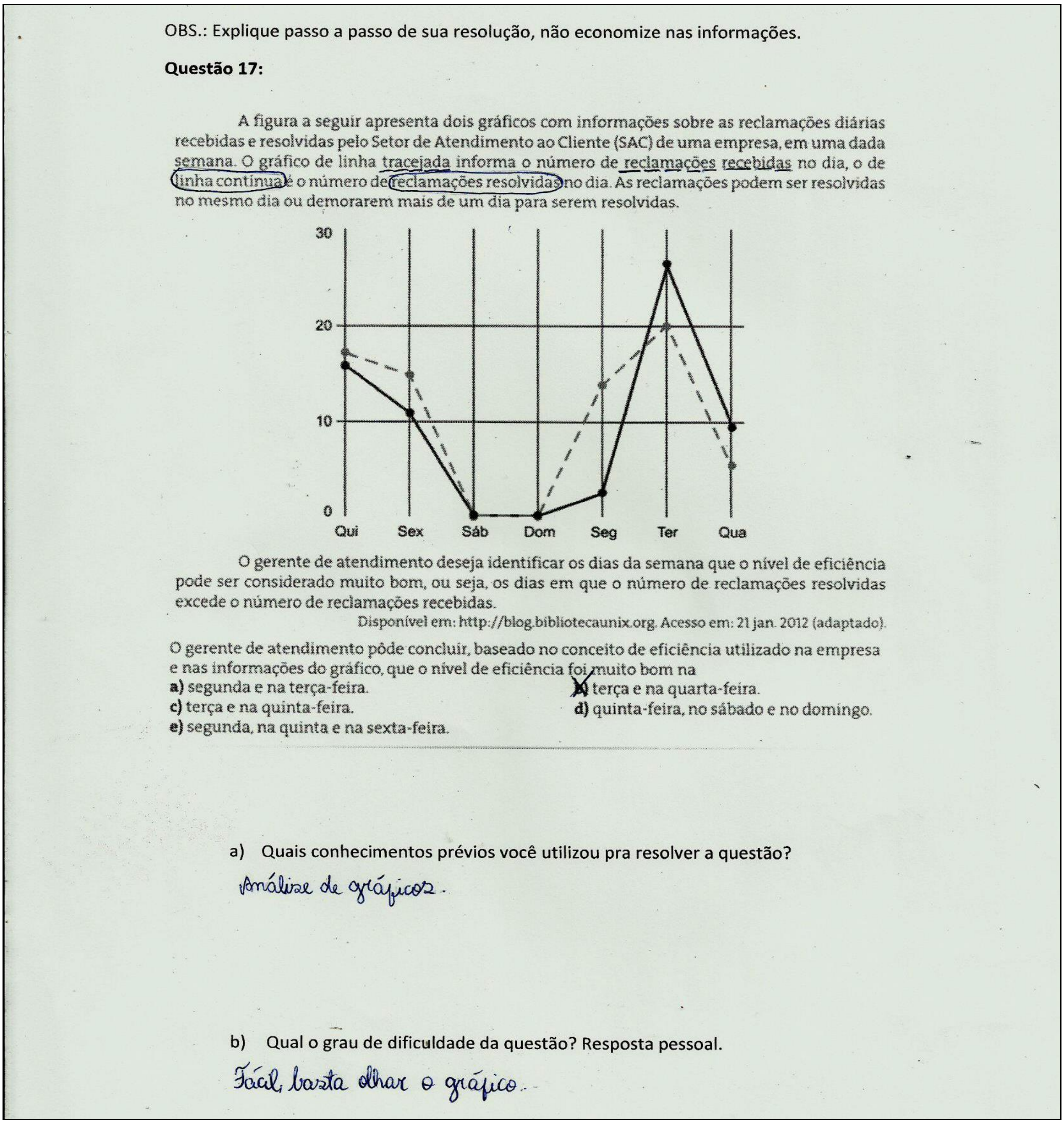
Porém, como esta informação está presente no enunciado, basta o aluno ler e interpretar a questão, que conseguirá achar a alternativa correta para resolvê-la. A imagem 5 mostra os alunos resolvendo esta atividade 3 em grupo.

Imagem 5 – Alunos resolvendo o problema em grupo

Fonte: Foto das autoras.

Como podemos notar na imagem acima, os alunos preferiram trabalhar em grupo. Para compartilharem entre si suas ideias. Segundo Onuchic e Allevato (2011), o trabalho em grupo é uma forma de dar oportunidade para que todos os elementos do grupo manifestem seus pensamentos no momento da socialização. A seguir, apresentaremos a resolução da atividade 3 realizada pelo aluno “F”.

Figura 13 – Resolução da Atividade 3 pelo Aluno "F"



OBS.: Explique passo a passo de sua resolução, não economize nas informações.

Questão 17:

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.

O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: http://blog.bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

a) Quais conhecimentos prévios você utilizou pra resolver a questão?

Análise de gráficos.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Resposta pessoal.

Fácil, basta olhar o gráfico.

Fonte: Dados da pesquisa.

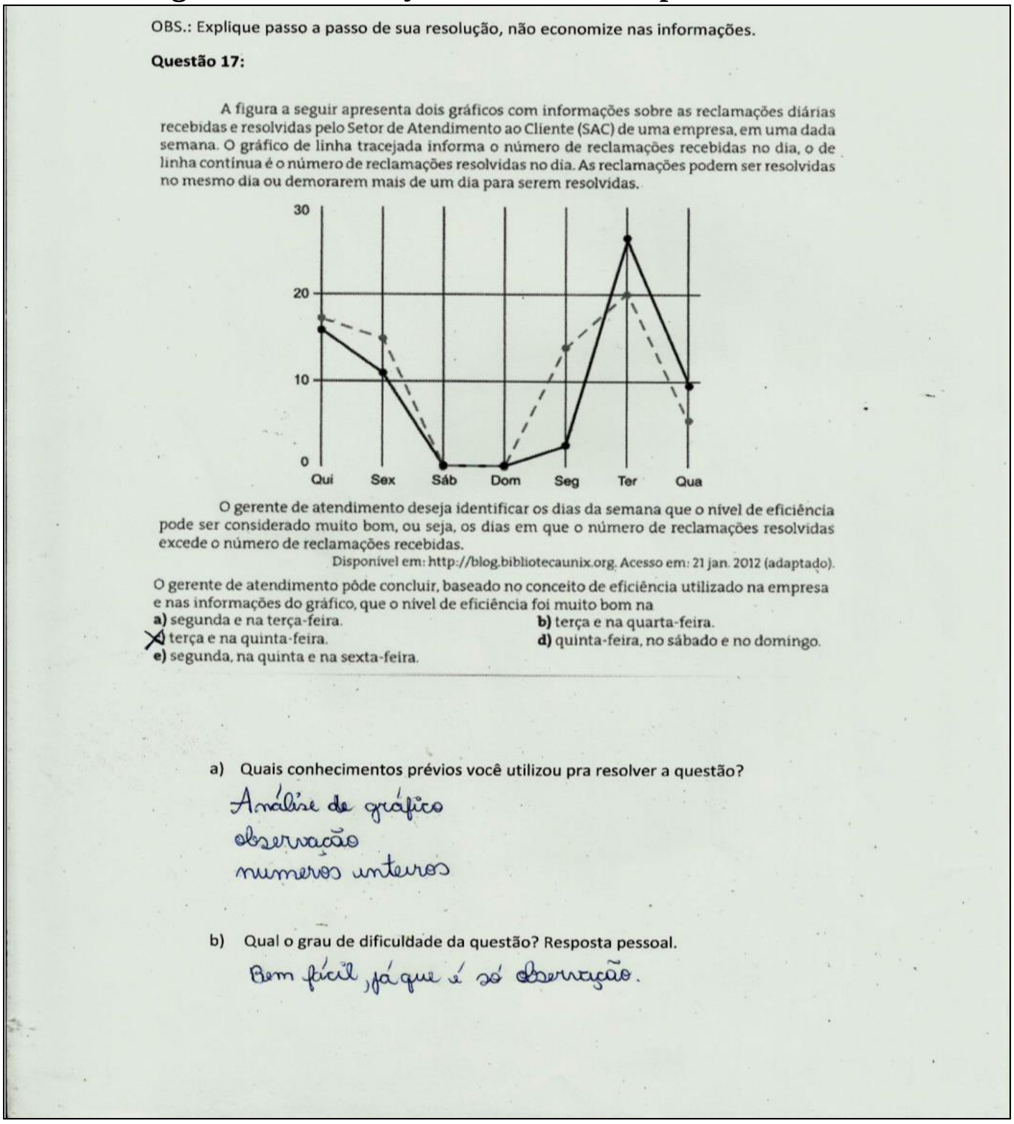
Como podemos ver na resolução acima, este aluno atendeu o objetivo da questão, encontrando a resposta correta. Na figura, nota-se que o estudante circulou todas as informações contidas no enunciado, isso contribuiu para que as ideias ficassem organizadas e para que ele acertasse a questão.

Pelo fato de eles apresentarem muita dificuldade em descrever a resolução passo a passo, pedimos que nos explicasse com suas palavras o que o Aluno "F" pensou para resolver a questão:

> **Aluno “F”:** “É só olhar onde o gráfico de linha reta ultrapassa o gráfico de linha tracejada. Nunca vi uma questão tão fácil na minha vida”.

Nos itens que aparecem logo após a questão, perguntamos sobre os conhecimentos prévios utilizados para a solução do problema e este aluno citou apenas análise de gráfico. A outra pergunta foi referente ao nível da questão, em que o mesmo estudante respondeu: “Fácil, basta olhar o gráfico”. Isso se concretiza na explicação do raciocínio do aluno “F” na fala acima. A figura abaixo apresenta uma segunda solução da atividade 3, desta vez realizada pelo “G”.

Figura 14 – Resolução da Atividade 3 pelo Aluno “G”


OBS.: Explique passo a passo de sua resolução, não economize nas informações.

Questão 17:

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.

O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: http://blog.bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
X) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

a) Quais conhecimentos prévios você utilizou pra resolver a questão?

Análise de gráfico
observação
numeros inteiros

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Resposta pessoal.

Bem fácil, já que é só observação.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta resolução, podemos observar que o aluno não chegou à resposta correta, seja por má interpretação no enunciado da questão ou por falta de atenção. Provavelmente, o erro foi por falta de atenção, pois este aluno expôs que a questão era fácil de resolver e que bastava apenas observar. Concluímos, então, que sua análise do gráfico foi feita de maneira equivocada.

Diferentemente do aluno “F”, este estudante citou uma quantidade maior de eixos que foi utilizada por ele para a resolução do problema. Dentre eles, estão: análise de gráfico, observação e números inteiros. O que podemos considerar uma resposta válida, pois, para resolver a questão, eles deveriam utilizar realmente esses eixos matemáticos. Porém, este aluno também não alcançou o objetivo da questão.

3.2.2.3 Socialização da atividade 3

Realizamos a discussão da questão, voltando-nos, principalmente, para aqueles alunos que a tinham errado. Depois disso, os alunos perceberam e admitiram que o erro foi por falta de atenção, que não sabiam como conseguiram errar uma questão tão fácil. Smole e Diniz (2001) vêm reforçar que os erros podem ocorrer por falta de atenção e interpretação.

Mais uma vez, ressaltamos a importância da leitura e da interpretação na resolução de problemas matemáticos. Eles puderam perceber, por seus próprios erros, que a falta de atenção compromete toda a questão. Acontecimentos como este, de alguma forma, contribuem para que o aluno não perca o foco ao resolver problemas. Na imagem 6, alunos discutem a questão após verificarem os erros cometidos.

Imagem 6 – Alunos discutindo a atividade 3

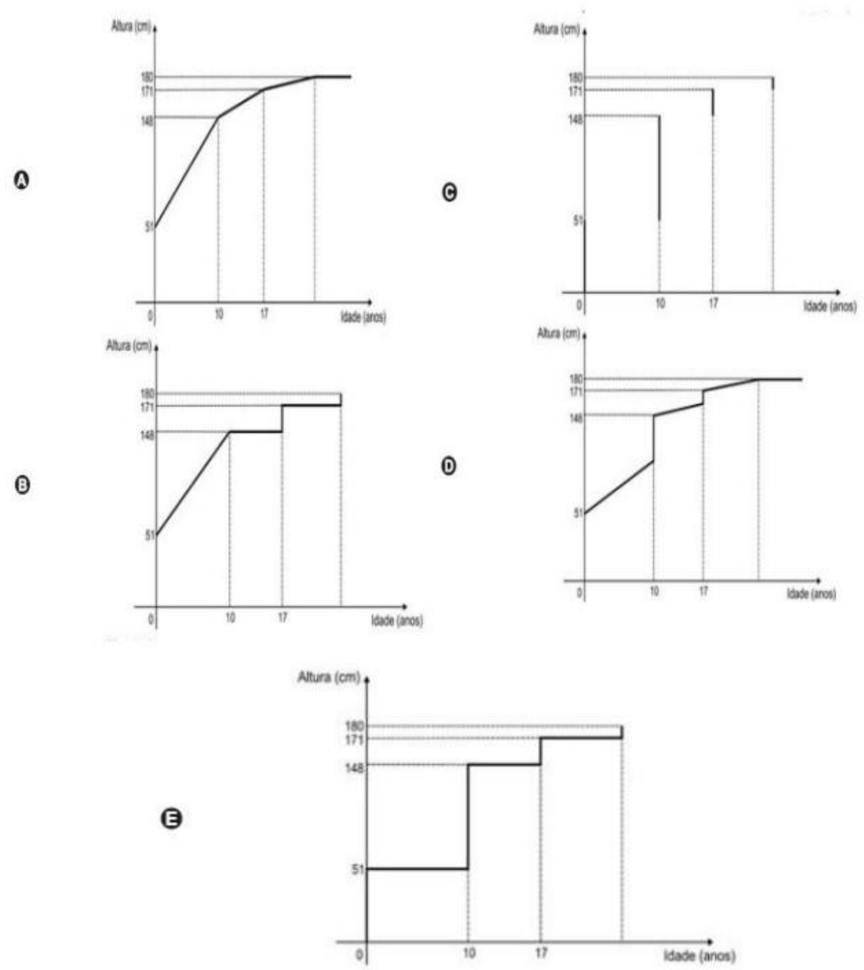
Fonte: Foto das autoras.

A **Atividade 4,** a seguir, também se encaixa na categoria “Identificar gráfico cartesiano que represente a relação de interdependência entre duas grandezas (variação linear)”, pois se trata basicamente de análise de gráficos. Ou seja, para que o aluno obtivesse êxito em sua resposta, bastava observar os gráficos com bastante atenção e terem conhecimentos básicos sobre variação linear. A figura 15 a seguir apresenta a questão a ser analisada.

Figura 15 – Atividade 4

Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?



Fonte: INEP- ENEM, 2010.

3.2.2.4 Leitura da atividade 4

Disponibilizamos o material para os participantes e solicitamos a leitura daquela questão. Feito isso, os alunos realizaram a leitura individual e em conjunto. No enunciado da situação-problema estão contidas informações que se forem mal interpretadas comprometem o sucesso da resposta final. Então, pedimos aos alunos que tivessem muita atenção ao realizar a leitura.

3.2.2.5 Resolução da atividade 4

Seguindo o mesmo roteiro de todas as oficinas, a resolução é o próximo procedimento. Para melhor entendimento da questão, esperávamos que os alunos retirassem os dados presentes no enunciado e os organizassem de alguma forma, seja em quadro ou tabela, como veremos no exemplo dado no quadro 2:

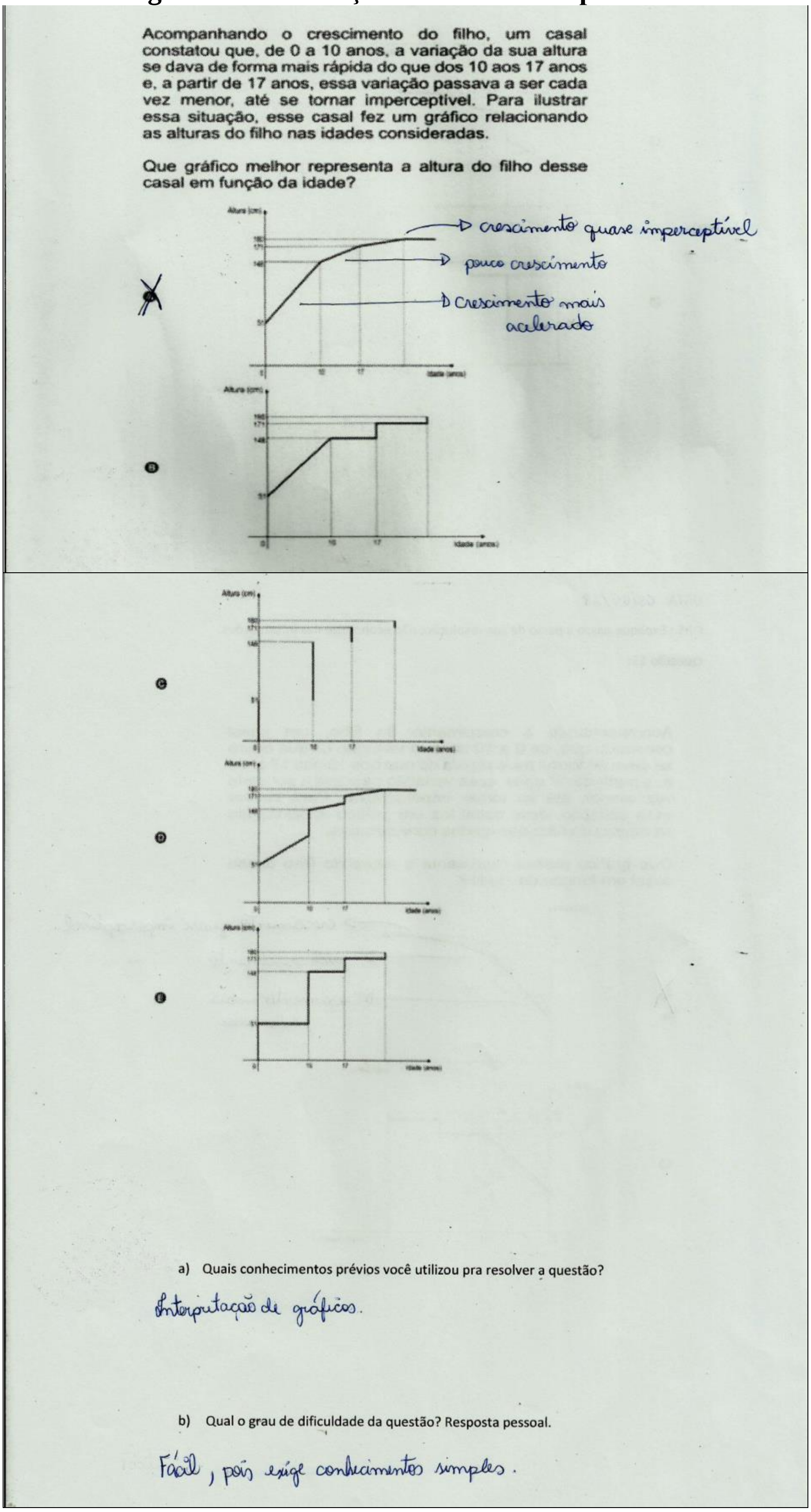
Quadro 2 – Resolução esperada da atividade 4

De 0 a 10 anos	Crescimento rápido	Segmento de reta inclinado.
De 10 a 17 anos	Crescimento um pouco menor	Segmento de reta pouco inclinado.
A partir dos 17 anos	Crescimento quase imperceptível	Segmento de reta com menor inclinação em relação às anteriores.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Por meio deste quadro e observando as alternativas, podemos concluir que chegar à resolução correta seria tarefa fácil. Analisando as resoluções dos alunos percebemos que nenhum fez desta forma, mas, todos eles conseguiram chegar à solução correta, por outros meios. Muitos relataram que não precisava fazer mais nada além de ler e interpretar a questão. A figura a seguir nos traz a resolução da atividade 4 feita pelo aluno “H”.

Figura 16 – Resolução da Atividade 4 pelo aluno "H"



Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

a) Quais conhecimentos prévios você utilizou pra resolver a questão?

Interpretação de gráficos.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Resposta pessoal.

Fácil, pois exige conhecimentos simples.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao questionarmos este aluno sobre qual foi seu raciocínio ao resolver a questão, ele relatou que foi preciso somente ler e, através da interpretação, ver qual gráfico encaixava de acordo com as informações fornecidas. Depois disso, ele marcou a resposta correta e justificou, utilizando o próprio gráfico da alternativa, sua resposta.

Explicamos para a turma que esse raciocínio estava correto, mas, por se tratar de uma situação-problema, existem várias outras formas de resolvê-lo. Então, perguntamos aos demais alunos se alguém tinha resolvido de outra forma e se poderia apresentar para os outros colegas.

Pelo que pudemos observar, nenhum participante tinha resolvido de outra forma. Este fato nos surpreendeu, pois em uma turma com vários alunos, cada um com sua particularidade, todos pensaram da mesma forma. Isto pode ter acontecido pelo fato de a questão ser simples, não exigindo muito do aluno, pois não é necessário o uso de algoritmos, nem fórmulas matemáticas. Porém, para resolvê-la é de suma importância que o aluno entenda o comportamento de retas em um gráfico cartesiano.

Logo após a questão, como nas anteriores, havia dois questionamentos por meio dos quais perguntamos sobre os conhecimentos prévios utilizados para resolver a questão e qual o seu grau de dificuldade. Nossa intenção era saber se os alunos sabiam citar o que precisavam para resolver a questão ou se resolviam de forma mecânica, sem saber o que estavam fazendo.

Nos dados coletados dessa questão, concluímos que todos os alunos acharam-na fácil ou muito fácil e citaram somente interpretação de gráficos como conhecimento prévio para sua resolução.

3.2.2.6 Socialização da atividade 4

Como dissemos anteriormente, a socialização consiste em cada aluno apresentar sua solução, para que eles vejam as diversas formas de se resolver um problema matemático. Quando o primeiro aluno apresentou sua resolução, todos os demais disseram que tinham feito da mesma forma.

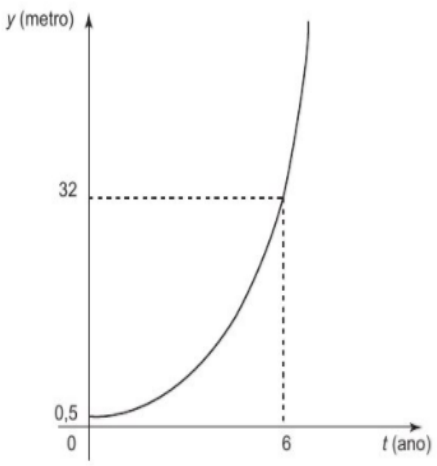
Então, apresentamos o quadro de informações que esperávamos que eles fizessem e deixamos claro que era apenas uma maneira de resolver, mas que o pensamento que eles utilizaram para chegar à resolução estava correto, o que está comprovado no registro de soluções de cada estudante.

3.2.3 Análise a partir da categoria “Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos”

Separamos para essa categoria questões, iniciando na **Atividade 5**, que apresentavam assuntos presentes no cotidiano. As informações contidas no gráfico eram relevantes para a solução correta da questão. A atividade 5 é contextualizada. Isso mostra para os estudantes que podemos utilizar a Matemática, para sermos mais exatas, o tema funções, para resolver situações do cotidiano. A seguir, apresentamos a questão a ser analisada.

Figura 17 – Atividade 5

(ENEM 2016/2) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y.



Admita ainda que y(0) fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio. O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3.
b) 4.
c) 6.
d) $\log_2 7$.
e) $\log_2 15$.

Fonte: INEP – ENEM, 2016.

Nessa questão esperávamos que os participantes analisassem o gráfico e interpretassem as informações contidas nele, pois é através dessas informações que o aluno irá retirar os dados do problema, ponto principal para resolverem com sucesso a situação-problema apresentada.

No enunciado da questão, aparece uma função exponencial. E o gráfico presente na questão é referente a esta função. Na segunda parte do enunciado, são dados alguns valores, o que correspondem a algumas incógnitas da função. Através desses valores, o aluno iria substituí-los na função e encontrar o que se pede na questão. Ou seja, encontrar o valor de t (anos). Para isso, era necessário interpretar a seguinte informação: como crescem 7,5 m após o plantio e a altura inicial é de 0,5 m, a altura no momento do corte será de 8 m.

Como está no gráfico, o crescimento no tempo igual a zero é de 0,5 metros. Ou seja, substituindo na fórmula dada na questão, o aluno encontra o valor de **a**, definida na situação-problema como uma constante maior que 1. Feito isso, é só prosseguir, e encontrar o tempo pedido utilizando a mesma fórmula.

3.2.3.1 Leitura da atividade 5

Os estudantes realizaram a leitura, mais uma vez, individual e em conjunto. Através dela, os alunos filtraram as informações contidas no enunciado e no gráfico. Neste primeiro contato com a questão, notamos que, ao lerem, comentaram que a questão era de difícil entendimento. Smole e Diniz (2001) justificam a dificuldade que os alunos enfrentam no ato de resolver problemas. Para elas:

> A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente é escrito, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto - podem constituir-se em obstáculos que ocorra a compreensão. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.72).

Através dos relatos dos alunos quanto ao grau de dificuldade da questão, percebemos que ela surgiu pelo fato de ter uma função exponencial. Segundo eles, quando viram isso em sala de aula, tiveram muita dificuldade e a maioria relatou que não sabia muito bem ou não se lembrava do conteúdo. Isso vem a reforçar o que Smole e Diniz (2001) afirmam na citação, ou seja, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema surge como uma das maiores dificuldades para a sua resolução. A imagem 7 apresenta alunos resolvendo a atividade 5.

Imagem 7 - Alunos resolvendo a atividade 5

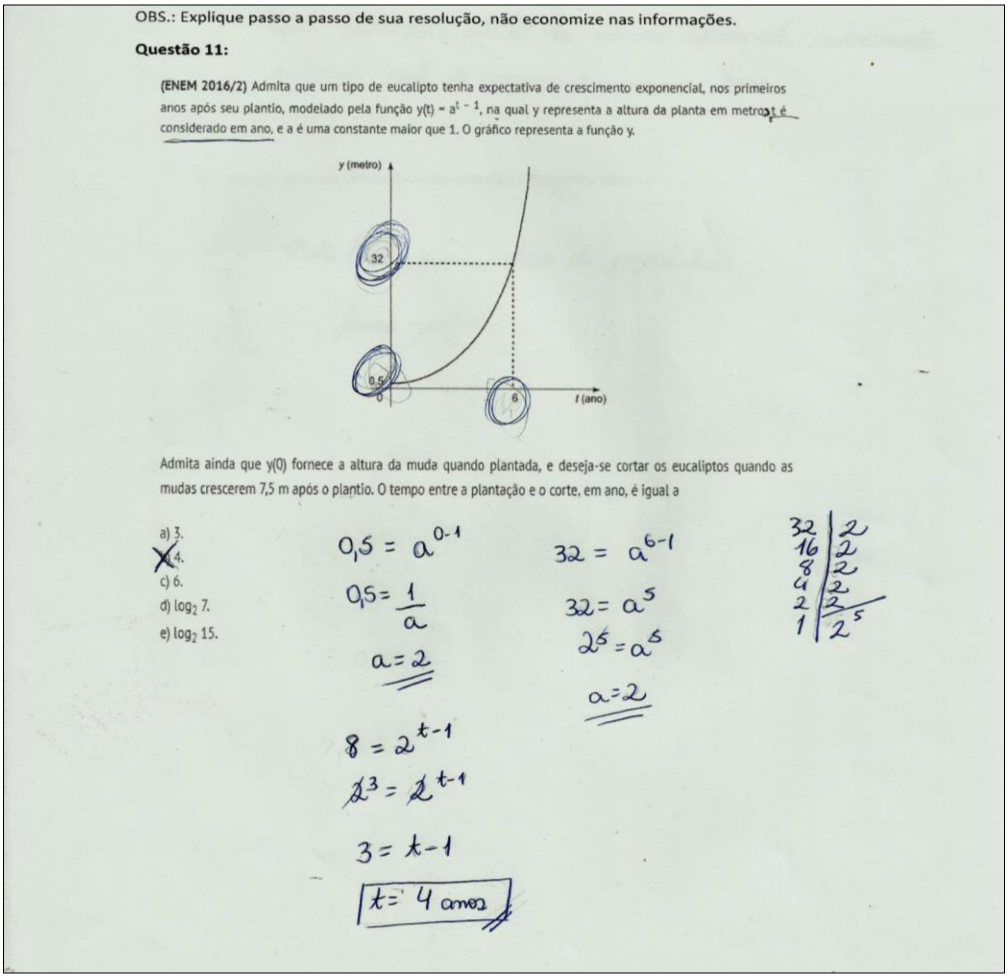
Fonte: Foto das autoras.

Como vemos na imagem, alguns alunos trabalharam em grupo, em dupla, e outros optaram por trabalhar individualmente neste primeiro momento, dando início à resolução do problema proposto.

3.2.3.2 Resolução da atividade 5

Como os alunos tiveram muita dificuldade na questão, buscamos entender porque isso se deu. Segundo relatos, essa dificuldade aconteceu pelo fato de a questão conter equação exponencial. Por isso, tivemos que intervir e agir de forma colaborativa para que os alunos conseguissem resolver o problema. A figura 18 traz a resolução da atividade 5 realizada pelo aluno “I”.

Figura 18 – Resolução da Atividade 5 pelo Aluno "I"



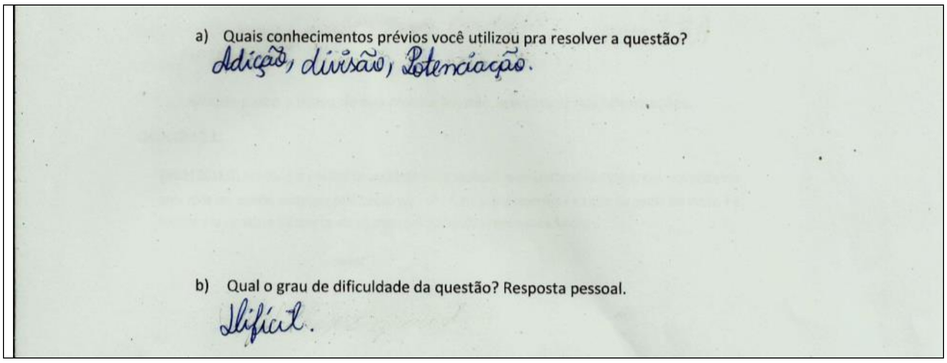
Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta solução, podemos notar que o primeiro passo que o aluno seguiu foi jogar os valores encontrados no gráfico na função original e encontrar o valor de **a**. Com isto, ele concluiu de duas maneiras que o valor de **a** é 2. Com esse resultado encontrado, ele seguiu para o segundo passo, utilizando-se da mesma fórmula para encontrar o que estava sendo pedido no enunciado, encontrando a resposta correta.

Ele só falhou no momento em que não explicou de onde surgiu o valor 8 que foi utilizado no segundo passo. Sentimos essa necessidade e sempre pedíamos para que descrevessem todos os passos seguidos e não deduzir valores. Mas ele entendeu a lógica da questão e aplicou direto na fórmula. Está correta a solução, mas faltou a explicação.

Nessa situação-problema continha outras duas interrogações relacionadas à questão, que, como dissemos anteriormente, serviria para o aluno interligar diferentes eixos matemáticos em uma única questão. Na figura 19, estão apresentadas as respostas do aluno "I" aos questionamentos da atividade 5.

Figura 19 – Respostas do aluno “I” às perguntas relativas à Atividade 5



a) Quais conhecimentos prévios você utilizou pra resolver a questão?

Adição, divisão, Potenciação.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Resposta pessoal.

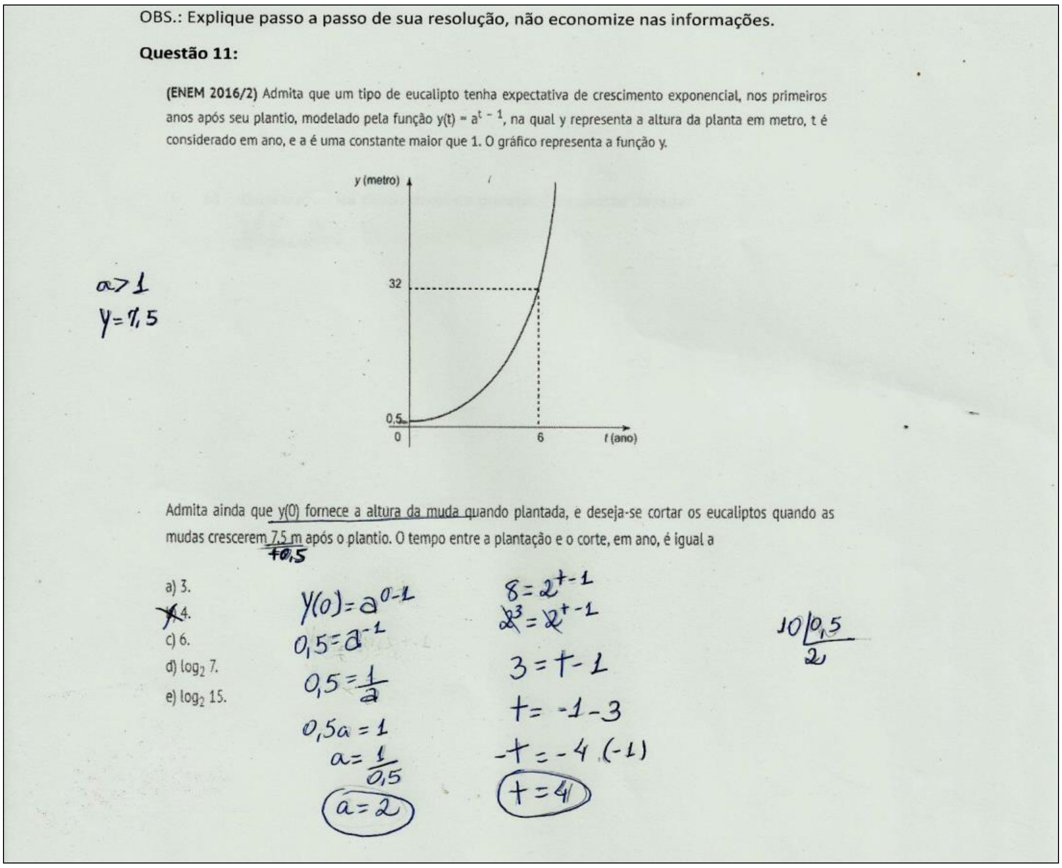
Difícil.

Fonte: Dados da pesquisa

Esse aluno conseguiu identificar apenas adição, divisão e potenciação abordadas na questão, se esquecendo da análise de dados utilizada no seu primeiro passo da resolução, quando ele retirou os dados do gráfico para substituir na equação dada.

Quanto ao grau de dificuldade da questão, não teve um aluno sequer que a achou fácil, ou era difícil ou mediana, segundos os relatos orais e também escritos. Mas ninguém errou questão. A figura 20 apresenta a solução realizada pelo aluno “J” participante das oficinas.

Figura 20 – Resolução da Atividade 5 pelo Aluno “J”



OBS.: Explique passo a passo de sua resolução, não economize nas informações.

Questão 11:

(ENEM 2016/2) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y.

$a > 1$

$y = 7,5$

Admita ainda que y(0) fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio. O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

+0,5

a) 3.
b) 4.
c) 6.
d) $\log_2 7$.
e) $\log_2 15$.

$y(0) = a^{0-1}$

$0,5 = a^{-1}$

$0,5 = \frac{1}{a}$

$0,5a = 1$

$a = \frac{1}{0,5}$

$a = 2$

$8 = 2^{t-1}$

$2^3 = 2^{t-1}$

$3 = t - 1$

$t = -1 - 3$

$-t = -4 \ (-1)$

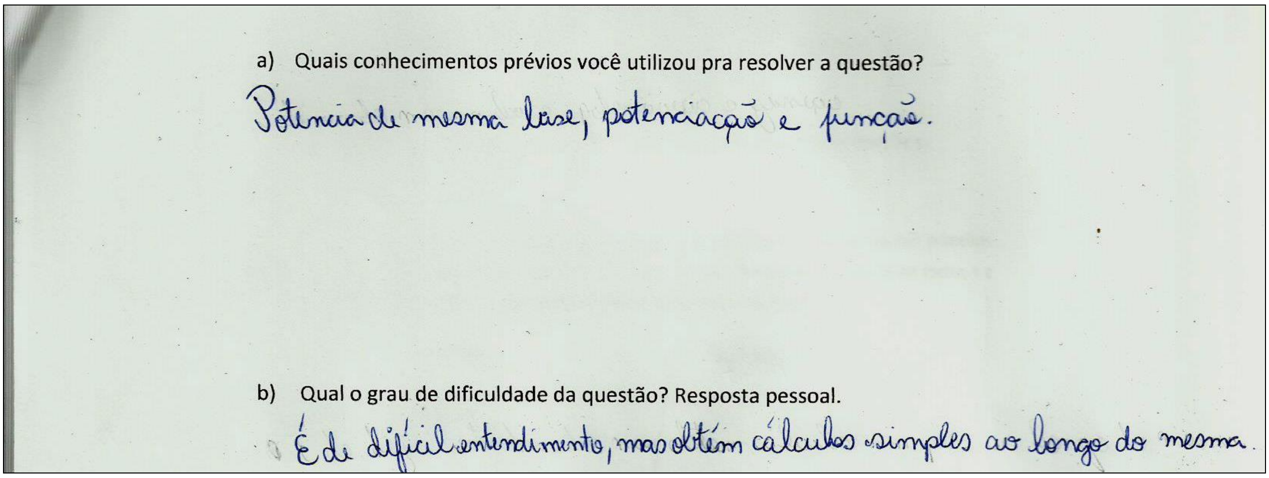
$t = 4$

10 | 0,5
2

Fonte: Dados da pesquisa.

Esta resolução também está correta, pois o aluno atingiu o objetivo da questão e fez todos os passos corretamente. Retirou os dados da questão, analisou o gráfico, interpretou os dados do gráfico e jogou na fórmula apresentada. Podemos ver que, diferentemente do aluno anterior, este indicou onde foi encontrado o valor 8 da segunda parte da resolução, escrevendo +0,5 abaixo do valor 7,5. Isto enriquece nossa pesquisa, visto que, conforme já exposto, estávamos em busca das estratégias que estes estudantes utilizavam para chegarem à resposta dos problemas. Na figura 21 apresentamos as respostas do aluno “J” aos questionamentos da atividade 5.

Figura 21 – Respostas do aluno “J” às perguntas relativas à Atividade 5


a) Quais conhecimentos prévios você utilizou pra resolver a questão?

Potencia de mesma base, potenciação e função.

b) Qual o grau de dificuldade da questão? Resposta pessoal.

É de difícil entendimento, mas obtém cálculos simples ao longo do mesma.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas questões relacionadas a essa pergunta, notamos que esse aluno conseguiu apresentar mais conhecimentos prévios que ele utilizou para resolver a questão. O mais interessante é que ele foi um dos poucos que identificaram o conteúdo de funções, pois a todo o momento deixávamos claro para os alunos que todas as questões trabalhadas envolviam funções e nenhum se lembrava dessa informação ao responder a essa pergunta.

Como foi dito anteriormente, todos os alunos acharam essa questão difícil. Esse estudante ainda completou sua opinião, ressaltando que é difícil, mas contém cálculos simples ao longo da sua resolução.

3.2.3.3 Socialização da atividade 5

Assim como as demais, seguida da resolução, foi feita a socialização das respostas. Os alunos apresentaram suas diferentes resoluções e defenderam seus pontos de vista.

Observamos, a fim de que qualquer equívoco que os alunos cometessem, interviemos para ajudá-los na compreensão total da questão.

O nível de erro dessa questão foi zero, ou seja, ninguém errou essa questão. Isto nos surpreendeu, pois todos os alunos relataram que a questão era difícil. Com isto, percebemos que, antes mesmo de o aluno tentar resolver a questão, ele a julga, achando fácil ou difícil, o que não deveria ocorrer, pois essa atitude poderia desmotivá-los a resolver alguma questão se a achassem difícil.

Essa opinião deveria ser exposta a partir do momento que estes estudantes resolvessem por completo a questão, visto que, assim, eles já teriam informações e argumentos que justificassem a classificação quanto ao nível de dificuldade da questão.

Já com relação à **Atividade 6**, esta também foi escolhida por ser representativa da categoria "Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos". A seguir, apresentaremos a situação-problema 6 proposta na oficina.

Figura 22 – Atividade 6

O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

A reduzida a um terço.
B reduzida à metade.
C reduzida a dois terços.
D duplicada.
E triplicada.

Fonte: INEP – ENEM, 2016.

Como podemos ver no enunciado da questão, essa se trata de uma questão contextualizada e traz abordagens de assuntos do cotidiano. Com isto, percebemos que a Matemática está presente em todo lugar e nas mais diversas formas. Barbosa Filho (2017) diz que se tratando de contextualização e interdisciplinaridade, funções é um bom tema que permite tal abordagem.

Nesta questão, esperávamos que os alunos interpretassem-na e relacionassem-na com o conteúdo matemático de função. Em seguida, por meio da fórmula fornecida na questão, eles soubessem manipulá-la e substituir os valores corretos. Para isso, o aluno teria que perceber que a unidade de tempo fornecida no enunciado é diferente da unidade que deve ser substituída na equação original. Ou seja, a fórmula possui uma incógnita t(tempo) que deve ser substituída por horas, porém, na questão, esse dado é fornecido em minutos. Então, eles deveriam transformar 20 minutos em horas. Portanto, primeiramente deveria ser feita essa transformação para, em seguida, jogar na fórmula e encontrar o valor correto. Para isso, eles poderiam usar regra de três simples, como veremos no quadro 3, a seguir, uma possível resolução para a questão.

Quadro 3 – Resolução esperada da atividade 6

1 hora------------60 min X horas----------20 min, multiplicando em cruz: 1 * 20 = 60 * X ⇔ 20 = 60X, passamos o termo que multiplica por X para o denominador do outro lado: 20/60 = X, reduzindo a fração encontrada, obtemos: X = 1/3 de hora. Dessa forma, ao ser feita essa transformação basta substituir na fórmula para encontrar a população de bactérias após 1/3 de hora. $P(t) = 40 * 2^{3t}$ $P(t) = 40 * 2^{3*1/3}$ $P(t) = 40 * 2^{3/3}$ $P (t) = 40 * 2$ $P (t) = 80$ Como a resposta encontrada é 80 mil bactérias em relação à quantidade inicial, que é 40 mil bactérias, podemos concluir que a população foi duplicada após 20 minutos.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

3.2.3.4 Leitura da atividade 6

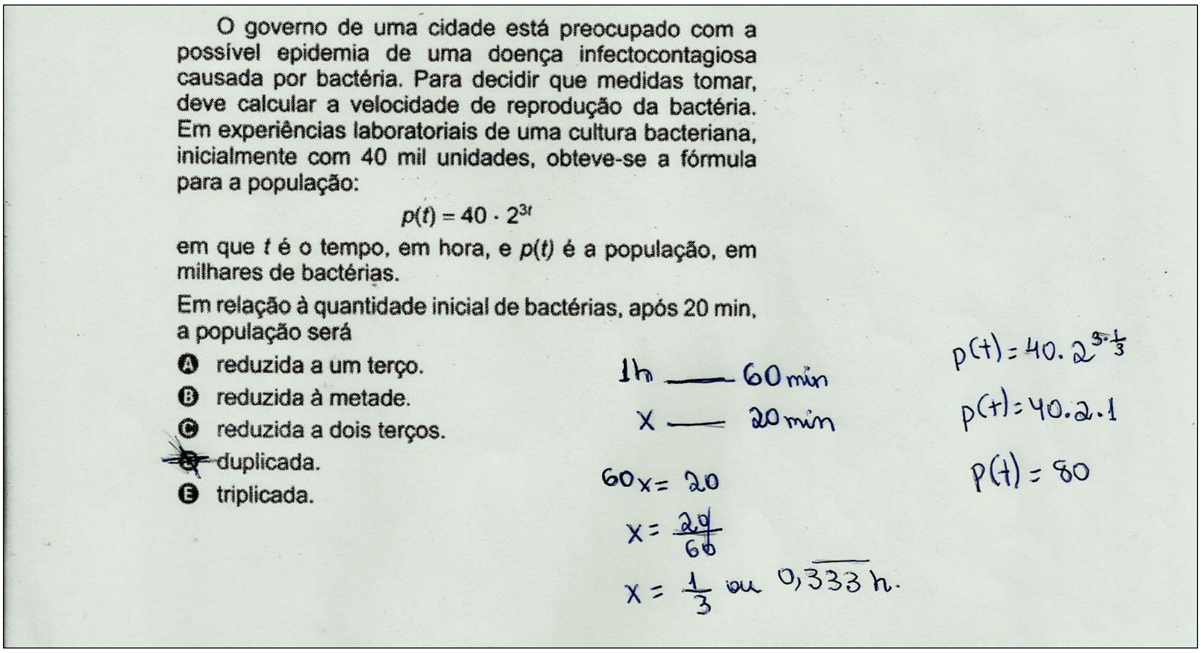
Seguindo o roteiro de Onuchic e Allevato (2011), os alunos fizeram a leitura da questão individualmente e em conjunto. Nesse momento, verificamos que eles já fizeram, imediatamente, um julgamento da questão, dizendo que parecia ser uma questão fácil, pois seria só substituir na fórmula.

As dificuldades foram aparecendo no momento em que descobriram que a unidade de tempo que eles usariam era diferente da fornecida no enunciado: ao invés de usarem minutos, eles teriam que usar horas.

3.2.3.5 Resolução da atividade 6

Após a leitura e a interpretação do problema, os alunos retiraram os dados do enunciado da questão e deram início ao processo de resolução. Percebemos que todos tinham interpretado a questão de maneira correta. Nenhum aluno se equivocou quanto à unidade de medida, ou seja, todos fizeram a transformação de minutos para horas e obtiveram êxito na questão. A seguir, apresentaremos a resolução do aluno "J" à atividade 6 (FIGURA 23).

Figura 23 - Resolução da Atividade 6 pelo Aluno "J"



O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

A. reduzida a um terço.
B. reduzida à metade.
C. reduzida a dois terços.
D. duplicada.
E. triplicada.

1h —— 60 min

x —— 20 min

$60x = 20$

$x = \frac{20}{60}$

$x = \frac{1}{3}$ ou $0,\overline{333}$ h.

$p(t) = 40 . 2^{3 \cdot \frac{1}{3}}$

$p(t) = 40 . 2 . 1$

$p(t) = 80$

Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos observar, nessa solução o aluno atingiu o objetivo da questão. A transformação de unidades foi feita corretamente, utilizando a regra de três simples e, em seguida, ele substituiu-a na fórmula e encontrou a solução correta.

3.2.3.6 Socialização da atividade 6

Nesta etapa convidamos alguns alunos a apresentarem sua solução na lousa e, com isso, discutimos as soluções. Segundo Cavalcanti (2001), é necessário disponibilizar ao aluno um espaço para que ele discuta seus caminhos para a chegada da solução e defenda seu ponto de vista, pois, assim, é possível discutir sobre as diversas maneiras de resoluções de um mesmo problema.

Porém, no momento em que alguns foram ao quadro registrar suas soluções e explicarem o caminho percorrido, o restante dos participantes observou e relatou que tinha feito da mesma forma, ou seja, utilizaram o mesmo raciocínio, utilizando regra de três simples para fazer a transformação de unidades e substituindo na fórmula fornecida na situação-problema. Segundo eles, desconheciam outra forma de resolverem o exercício.

Este acontecimento pode ser justificado pelo fato de conter uma fórmula pronta na questão, já que o objetivo, ali, era explorar a interpretação do aluno, para ele perceber que tinha que ser feita a transformação de medidas e relacionar o resultado encontrado com a população inicial de bactérias. Gomes, Barbosa e Concordido (2017) reforçam esta ideia quando afirmam que a Resolução de Problemas permite ao aluno interpretar resultados e, assim, eles têm a oportunidade de “fazer Matemática”, desenvolvendo seu raciocínio lógico e a criatividade.

A seguir, apresentaremos as considerações finais explanando nossas reflexões acerca da nossa pesquisa realizada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para melhor entendimento, situaremos, nessa seção, os objetivos da pesquisa e as nossas questões norteadoras. Nosso objetivo principal foi de investigar estratégias usadas por alunos na resolução de situações-problemas que envolvem funções. E as nossas questões norteadoras foram “Como a metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação através da Resolução de Problemas pode contribuir na abordagem de funções? Como utilizar as questões do ENEM que versam sobre funções, como recurso didático e pedagógico na aula de Matemática?”

A proposta, a todo o momento, foi analisar quais recursos, estratégias e conjecturas eram utilizadas pelos alunos quando mediante os problemas. Essas situações iriam exigir que buscassem formas de resolução não conceituadas para solucionar as questões dadas, e, assim, poderem descobrir de uma forma mais autônoma como chegar às respostas. Foram momentos de descobertas pelos estudantes que se propuseram a participar das oficinas, que teve como apoio a metodologia da Resolução de Problemas a fim de solucionar as atividades propostas.

No decorrer da pesquisa observamos a grande resistência dos alunos em relação à escrita. Para eles a Matemática é apenas cálculo, a descrição na resolução de uma questão, ou, uma representação pictórica não é muito utilizada. Por isso, eles julgam não haver necessidade e usam o termo “fiz de cabeça”, para não precisarem utilizar tais registros. Porém, vale enfatizar, como visto no decorrer da pesquisa, que na análise de Resolução de Problemas, são esses desenvolvimentos, que por vezes são ocultos, os dados mais consideráveis. A vontade de resolver o problema era significativa, mas descrever os caminhos por eles percorridos foi o que eles tiveram maior dificuldade. Segundo eles, lhes faltava experiência em resolver problemas, ou seja, não tinham esse costume em sala de aula. É como Polya (1978) nos traz: aprende-se a resolver problemas resolvendo-os. Este foi o nosso maior desafio na pesquisa: despertar nos alunos a escrita matemática, para que eles descrevessem os passos seguidos na resolução de cada questão.

Isso nos fez perceber que aprender a resolver exercícios de maneira mecânica nos quais não é utilizada a Resolução de Problemas, nos impede de relatar, seja por escrito ou oralmente, as estratégias utilizadas para resolver qualquer problema e até mesmo de desenvolver o raciocino lógico e a criatividade do aluno, como nos diz Pozzo (1998).

Percebemos durante as oficinas que cada aluno tem sua própria maneira de resolver um problema. Mesmo sendo expostos às mesmas atividades, em grande parte dos casos, eles utilizaram estratégias diferentes, havendo momentos em que uns retiram primeiro os dados do problema, fizeram suas anotações na própria lauda do exercício e outros resolveram de forma mais direta, sem o passo a passo, mas, ao final das contas, chegaram ao mesmo resultado. O importante, portanto, é conhecer os vários caminhos que podem ser utilizados para que o aluno perceba a diversidade que é a Matemática e que cada um possui a sua “matemática” ou forma de desenvolver seu raciocínio.

A aplicação das atividades usando a metodologia da Resolução de Problemas propiciou ao grupo um momento construtivo, proporcionando o desenvolvimento de uma aprendizagem relacionada a funções de um jeito mais investigativo, que os colocou como formadores de suas próprias conjecturas em relação à formulação ou resolução das questões. Com o passar das oficinas, das aplicações, eles começaram a ficar mais confiantes que poderiam construir suas próprias formas de resoluções e exploraram mais as atividades.

Foi possível observar, ainda, que a proposta da resolução de questões que proporcionam o investigativo dos alunos é plausível para que o conteúdo seja mais explorado. Assim, há um processo de interação entre os envolvidos na busca por uma solução, há um compartilhamento de ideias, como foi possível ver durante a resolução que era feita na lousa quando os alunos participantes terminavam de resolver suas questões e queriam interagir suas resoluções. Assim, até nós pesquisadoras pudemos ter grandes momentos de aprendizagem.

Em relação às dificuldades encontradas pelos alunos para resolver os problemas, o que foi mais citado em suas escritas era o esquecimento de conceitos matemáticos vistos anteriormente em salas de aula, e que seria de grande valia para a solução dos problemas propostos nas oficinas. Isso contribuiu para que eles identificassem seus pontos fortes e fracos, para que, na hora de seus estudos, poderem saber no que dar mais ênfase para se saírem bem na prova do ENEM, que é a porta de entrada para as universidades.

Ainda vale lembrar que o esquecimento de alguns conteúdos matemáticos se deve à forma com que aquele assunto foi trabalhado, provavelmente de forma mecânica, o qual o aluno decorou para conseguir nota. Se tivessem sido trabalhados através da metodologia de Resolução de Problemas, provavelmente os estudantes recordariam mais facilmente algum conteúdo, pois, neste caso, os próprios educandos foram à busca do conhecimento através do seu raciocínio e não o receberam pronto simplesmente para decorar e reproduzir.

Por fim, ressaltamos as diversas possibilidades de pesquisas futuras a partir dessa, quer sejam novos trabalhos voltados ainda para o tema função com novas referências, ou mesmo outros conteúdos que trabalhem com a metodologia de Resolução de Problemas. De qualquer forma, essas diferentes possibilidades devem levar em consideração sempre a importância de averiguar as formas de pensar do aluno, suas escritas, o delineamento do raciocínio lógico, entre outros dados pertinentes ao trabalho com a Matemática em sala de aula.

Portanto, entendemos essa pesquisa como não tendo um fim em si mesma, visto que abre novas possibilidades de trabalho e novas frentes de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Jael Miriam; SARAIVA, Manuel Joaquim; TEIXEIRA, Ana Madalena. **Estudo das funções no programa de matemática a com problemas e tarefas de exploração.** Projeto IMLNA. Promover a Aprendizagem Matemática em Números e Álgebra. 2010.

BARBOSA FILHO, Gilberto Alves. **A abordagem de Resolução de Problemas aplicados ao conteúdo de funções:** uma Experiência com grupos de estudos do ensino Médio. Universidade Federal de São Carlos. SC.2017.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2010**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Azul. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/AZUL_Domingo_GAB.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2011**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/05_AMARELO_GAB.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2012**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/caderno_enem2012_dom_amarelo.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2013**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2013/caderno_enem2013_dom_amarelo.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2014**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2014/CAD_ENEM_2014_DIA_2_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2015**. Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/CAD_ENEM%202015_DIA%202_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2016.** Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. **Enem 2017.** Prova 1ª aplicação 2º dia. Caderno Amarelo. Disponível em:

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_5_prova_amarelo_1211 2017.pdf. Acesso em: 08 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, SEF; 1998. 147p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Básica. **Plano de Desenvolvimento da Educação:** Ensino Médio. Matrizes de Referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Resolução nº 014 de 15 de junho de 2016**. Dispõe sobre alteração do Estatuto do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – IFMG. Disponível em: https://www.ifmg.edu.br/.../Resoluo0142016AlteraoEstatutodoIFMGCampusSabar.pdf. Acesso em 11 de jun. 2018.

CAVALCANTI, Cláudia Tenório. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.121–149.

CORRÊA, Alessandra de Abreu; ROCHA FILHO, João Bernardes da. Resolução de Problemas no Ensino Médio: Um Estudo do Ensino de Estatística. **Revista de Ciências Humanas – Educação.** V.16, n.27,| p.146-159. Dez. 2015.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates.** SBEM. Ano II, n.2. Brasília, 1989. p.15-19.

D'AMBRÓSIO, B. S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 1. **Anais…** Rio Claro: UNESP, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa Qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis,** Bauru, v.22, n.1, p.35–48, 2001.

GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

GOMES, Darlan Azevedo. BARBOSA, Augusto César De Castro. CONCORDIDO, Cláudia Ferreira Reis. Ensino de matemática através da resolução de problemas: análise da disciplina RPM implantada pela SEEDUC-RJ. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.19, n.1, p.105-120, 2017.

GOUBERT, Arieus; TROBIA, Ms. José. **A Resolução de Problemas Aplicada no Estudo de Funções.** S.d. Disponível em:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1787-8.pdf. Acesso em: 4 dez. 2018.

LIMA, Patrícia Cruz. A aplicabilidade da Matemática no Cotidiano através das questões do ENEM. Universidade Estadual de Feira de Santana- UEFS. CONGRESSO BRASILEIRO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA, 5. Feira de Santana – BA. **Anais…** Feira de Santana – BA: UFSA, 2011.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Conteúdo Básico Comum - Matemática.** Educação Básica- Ensino Médio (1º ao 3º ano), 2005.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento**.** São Paulo: Cortez, 2004. p.212-231.

ONUCHICK, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**. 2011. Disponível em: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005. Acesso em: 18 maio 2018.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.** In: BICUDO, M. A. V (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.** São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZZO, Juan Ignácio (Org). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SILVA, José Fernandes da. Teorias e práticas de resolução de problemas na formação de professores de matemática. **Educare.** Universidad de Los Andes. Merida, Venezuela. V.19, n.62, enero-abril, 2015, p.83-89.

SILVA, Ricardo José Aguiar. **Contexto e aplicações das funções exponenciais no ensino médio: uma abordagem interdisciplinar**. 2015. 88f. (Dissertação – Mestrado em Matemática). UENF: Campos dos Goytacazes, 2015.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez, 1985.

VIANNA, Carlos Roberto. **Resolução de Problemas**. 2002. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Carlos8.pdf. Acesso em: 4 dez. 2018.

WEINBERG, M. A escola que funciona. **Veja**, Editora Abril: São Paulo, n.2469, p.11-15, mar. 2016.

APÊNDICE A – Planos de aulas para as oficinas realizadas

PLANO DE AULA/OFICINA
Professor: Silvana Marçal e Keila Rodrigues
Disciplina: Matemática
Nível/Série: Ensino Médio
Tempo estimado: 1h30min
TEMA: Discussão de questões do Enem que envolvem o conteúdo de função
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos a interpretar e resolver questões do Enem que envolvem funções.
ESPECÍFICOS: • Interpretar informações apresentadas por meio de expressões algébricas; • Ler e resolver problemas que envolvam relações entre grandezas; • Representar (por gestos, palavras, objetos, desenhos, gráficos, algebricamente, etc.) os objetos, situações, sequências, fenômenos e acontecimentos; • Interpretar situações da vida real que estejam representadas por meio de expressões algébricas; • Fazer generalizações a partir de leis ou de relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes; • Reescrever problemas buscando alternativas diversas de resoluções.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretação e resolução de problemas que relacionem grandezas; • Articulação da leitura e escrita na interpretação de problemas; • Identificação de leis de formação através do enunciado dos problemas; • Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Sabe-se que no contexto da Educação Básica a Matemática é abordada de forma a valorizar, substancialmente, a “resolução de exercícios”, em vista disso, a intenção é sair do tradicional. O Enem sempre foi norteado por um grupo de habilidades e competências, incentivando o

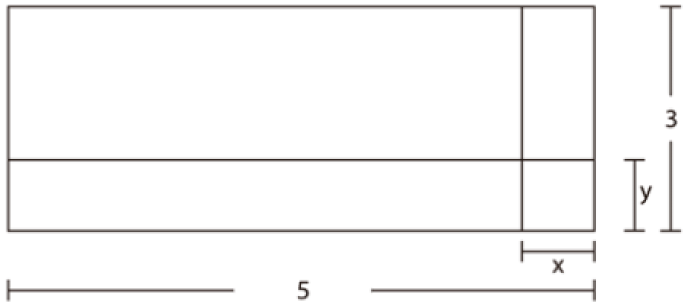
raciocínio e trazendo questões que medem o conhecimento dos alunos por meio da interdisciplinaridade. Das 30 habilidades do Enem, na categoria Matemática e suas Tecnologias, 14 delas são voltadas à resolução de problemas, envolvendo avaliação dos dados, teoria, prática, interpretação de dados para a construção da argumentação, modelagem de problemas, entre outros. Neste cenário, vemos que a resolução de problemas está presente tanto nos objetivos para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, quanto nas competências e habilidades do Enem. Levando tudo isso em consideração trabalharemos nas oficinas questões do Enem que envolvem funções e trabalharemos com a perspectiva de Resolução de problemas.
METODOLOGIA DE ENSINO
Para esta oficina temos, conforme objetivos citados, discutir com os alunos questões do Enem que abordem relações entre duas grandezas, bem como, as formas de representações das situações problemas. O roteiro a ser seguido é: • Preparação do problema: selecionamos problemas, visando a construção de um novo conceito, principio ou procedimento (nesse caso funções). • Leitura individual: entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. • Leitura em conjunto: formar grupos e solicitar nova leitura e auxiliá-los caso necessário. • Resolução do problema: a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. • Observar e incentivar: nessa etapa, enquanto os alunos buscam resolver o problema, observamos e analisamos o comportamento dos alunos e estimulamos os trabalhos colaborativo. • Registro das resoluções na lousa: representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções, certas ou erradas, para serem discutidas por todos. • Plenária: nesta etapa são convidados todos os alunos a fim de discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. • Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, vamos tentar chegar a um consenso sobre o resultado correto. • Formalização do conteúdo: neste momento iremos fazer uma representação formal da

resolução do problema, registrando a solução na lousa de forma organizada e estruturada.

Para isso, selecionamos três questões:

1ª questão:

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$.



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

a) $2xy$ **b)** $15 - 3x$ **c)** $15 - 5y$ **d)** $-5y - 3x$ **e)** $5y + 3x - xy$

2ª questão:

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) $5X - 3Y + 15 = 0$
b) $5X - 2Y + 10 = 0$
c) $3X - 3Y + 15 = 0$
d) $3X - 2Y + 15 = 0$
e) $3X - 2Y + 10 = 0$

3ª questão:

Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida R do raio adequado para a plataforma em termos da medida L do lado da base da estátua.

Qual relação entre R e L o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

a) $R \geq L / \sqrt{2}$
b) $R \geq 2L / \pi$
c) $R \geq L / \sqrt{\pi}$
d) $R \geq L / 2$
e) $R \geq L / (2\sqrt{2})$

As questões vão ser impressas e entregue aos alunos numa folha e disponibilizaremos folhas brancas para que eles façam sua anotações e concluam o resultado de cada problema proposto.

Os alunos terão 20 minutos para resolver cada questão, totalizando 60 minutos. O restante do tempo é destinado à resolução no quadro sendo 10 minutos pra cada questão proposta. Finalizando com 1h30min.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação, tem de adequar-se à natureza de aprendizagem, levando em conta não só os resultados das tarefas realizadas, o produto, mas também o que ocorreu no caminho, o processo. É uma espécie de mapeamento que vai identificar as conquistas e os problemas dos alunos em seu desenvolvimento. Após isso, professor e aluno, juntos, devem refletir sobre os erros que ocorreram, transformando esse momento em uma situação de aprendizagem, para que todos possam concluir: acertamos, erramos, aprendemos, assumimos riscos, alcançamos objetivos.

A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema. As resoluções das questões feitas pelos alunos serão recolhidas e avaliadas por nós, ministrantes da oficina. E serão usadas para análise de dados.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, folha A4.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

TINOCO, L. **Construindo o conceito de Função**. Projeto Fundão. UFRJ/ IM, Rio de Janeiro. 2009.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000016820.PDF

http://www.mat.ufpb.br/pibid/attachments/article/17/ROTEIRO%20AULAS.pdf

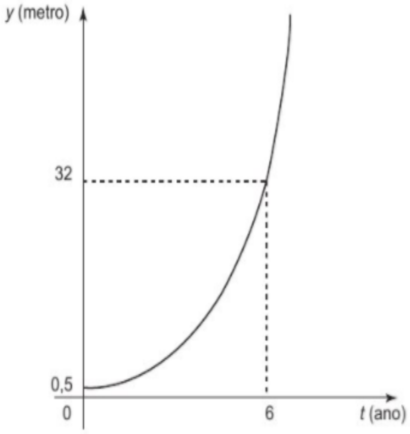
http://novafaculdade.com.br/download/116/nova-faculdade-site---20090828---acervocontabeispdf.aspx

PLANO DE AULA/OFICINA
Professor: Silvana Marçal e Keila Rodrigues
Disciplina: Matemática
Nível/Série: Ensino Médio
Tempo estimado: 1h30min
TEMA: Discussão de questões do Enem que envolvem o conteúdo de função
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos a interpretar e resolver questões do Enem que envolvem funções.
ESPECÍFICOS: • Ler e resolver problemas que envolvam relações entre grandezas; • Representar (por gestos, palavras, objetos, desenhos, gráficos, algebricamente, etc.) os objetos, situações, sequências, fenômenos e acontecimentos; • Interpretar situações da vida real que estejam representadas expressões algébricas implícitas; • Fazer generalizações a partir de leis ou de relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes; • Reescrever problemas buscando alternativas diversas de resoluções.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretação e resolução de problemas que relacionem grandezas; • Articulação da leitura e escrita na interpretação de problemas; • Identificação de leis de formação através de uma representação escrita; • Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Sabe-se que no contexto da Educação Básica a Matemática é abordada de forma a valorizar, substancialmente, a “resolução de exercícios”, em vista disso, a intenção é sair do tradicional. O Enem sempre foi norteado por um grupo de habilidades e competências, incentivando o raciocínio e trazendo questões que medem o conhecimento dos alunos por meio da

interdisciplinaridade. Das 30 habilidades do Enem, na categoria Matemática e suas Tecnologias, 14 delas são voltadas à resolução de problemas, envolvendo avaliação dos dados, teoria, prática, interpretação de dados para a construção da argumentação, modelagem de problemas, entre outros. Neste cenário, vemos que a resolução de problemas está presente tanto nos objetivos para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, quanto nas competências e habilidades do Enem. Levando tudo isso em consideração trabalharemos nas oficinas questões do Enem que envolvem funções e trabalharemos com a perspectiva de Resolução de problemas.
METODOLOGIA DE ENSINO
Para esta oficina temos, conforme objetivos citados, discutir com os alunos questões do Enem que abordem relações entre duas grandezas, bem como, as formas de representações das situações problemas (gráfica, algébrica, geométrica). Para tal, selecionamos três questões, e estas serão discutidas da seguinte forma: • Preparação do problema: selecionamos problemas, visando a construção de um novo conceito, principio ou procedimento (nesse caso funções). • Leitura individual: entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. • Leitura em conjunto: formar grupos e solicitar nova leitura e auxiliá-los caso necessário. • Resolução do problema: a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. • Observar e incentivar: nessa etapa, enquanto os alunos buscam resolver o problema, observamos e analisamos o comportamento dos alunos e estimulamos os trabalhos colaborativo. • Registro das resoluções na lousa: representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções, certas ou erradas, para serem discutidas por todos. • Plenária: nesta etapa são convidados todos os alunos a fim de discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. • Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, vamos tentar chegar a um consenso sobre o resultado correto. • Formalização do conteúdo: neste momento iremos fazer uma representação formal da resolução do problema, registrando a solução na lousa de forma organizada e estruturada.

1ª questão:

(ENEM 2016/2) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y.



Admita ainda que y(0) fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio. O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3.

b) 4.

c) 6.

d) $\log_2 7$.

e) $\log_2 15$.

2 ª questão:

Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número *f* de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que *t* é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

Ⓐ 19º dia.

Ⓑ 20º dia.

Ⓒ 29º dia.

Ⓓ 30º dia.

Ⓔ 60º dia.

3ª questão:

O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

Ⓐ reduzida a um terço.
Ⓑ reduzida à metade.
Ⓒ reduzida a dois terços.
Ⓓ duplicada.
Ⓔ triplicada.

Os alunos terão 15 minutos para resolver cada questão, ou seja 45 minutos no total para resolução dos alunos. 15 minutos do tempo será destinado à resolução no quadro sendo 5 minutos pra cada questão proposta. Totalizando 1 hora. No restante do horário faremos discussões acerca das questões.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação, tem de adequar-se à natureza de aprendizagem, levando em conta não só os resultados das tarefas realizadas, o produto, mas também o que ocorreu no caminho, o processo. É uma espécie de mapeamento que vai identificar as conquistas e os problemas dos alunos em seu desenvolvimento. Após isso, professor e aluno, juntos, devem refletir sobre os erros que ocorreram, transformando esse momento em uma situação de aprendizagem, para que todos possam concluir: acertamos, erramos, aprendemos, assumimos riscos, alcançamos objetivos. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema. Onde será observado o comprometimento dos alunos. As resoluções das questões feitas pelos alunos serão recolhidas e avaliadas por nós, ministrantes da oficina. E serão usadas para análise de dados.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, folha A4

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf

http://novafaculdade.com.br/download/116/nova-faculdade-site---20090828---acervocontabeispdf.aspx

PLANO DE AULA/OFICINA
Professor: Silvana Marçal e Keila Rodrigues
Disciplina: Matemática
Nível/Série: Ensino Médio
Tempo estimado: 1h30m
TEMA: Discussão de questões do Enem que envolvem o conteúdo de função
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos a interpretar e resolver questões do Enem que envolvem funções.
ESPECÍFICOS: • Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas Cartesianas; • Ler e resolver problemas que envolvam relações entre grandezas; • Representar (por gestos, palavras, objetos, desenhos, gráficos, algebricamente, etc.) os objetos, situações, sequências, fenômenos e acontecimentos; • Interpretar situações da vida real que estejam representadas graficamente; • Fazer generalizações a partir de leis ou de relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes; • Reescrever problemas buscando alternativas diversas de resoluções.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretação e resolução de problemas que relacionem grandezas; • Articulação da leitura e escrita na interpretação de problemas; • Identificação de leis de formação através de uma representação gráfica; • Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Sabe-se que no contexto da Educação Básica a Matemática é abordada de forma a valorizar, substancialmente, a “resolução de exercícios”, em vista disso, a intenção é sair do tradicional. O Enem sempre foi norteado por um grupo de habilidades e competências, incentivando o raciocínio e trazendo questões que medem o conhecimento dos alunos por meio da interdisciplinaridade. Das 30 habilidades do Enem, na categoria Matemática e suas Tecnologias,

14 delas são voltadas à resolução de problemas, envolvendo avaliação dos dados, teoria, prática, interpretação de dados para a construção da argumentação, modelagem de problemas, entre outros. Neste cenário, vemos que a resolução de problemas está presente tanto nos objetivos para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, quanto nas competências e habilidades do Enem. Levando tudo isso em consideração trabalharemos nas oficinas questões do Enem que envolvem funções e trabalharemos com a perspectiva de Resolução de problemas. Para Van de Walle (2001), um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método especifico para chegar à solução correta. A intenção é colocar os alunos pra pensarem, criar métodos próprios para chegar a solução do problema. E através disso, eles devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. É importante destacar que a Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas; desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas; desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que Matemática faz sentido, a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam; fornece dados de avaliação continua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a Matemática. Professores que ensinam dessa maneira s empolgam e não querem voltar a ensinar na forma tradicional, a formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.
METODOLOGIA DE ENSINO
Para esta oficina temos, conforme objetivos citados, discutir com os alunos questões do Enem que abordem relações entre duas grandezas, bem como, as formas de representações das situações problemas (gráfica, algébrica, geométrica). O roteiro a ser seguido é: • Preparação do problema: selecionamos problemas, visando a construção de um novo conceito de função; • Leitura individual: entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. • Leitura em conjunto: formar grupos e solicitar nova leitura e auxiliá-los caso necessário.

- Resolução do problema: a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- Observar e incentivar: nessa etapa, enquanto os alunos buscam resolver o problema, observamos e analisamos o comportamento dos alunos e estimulamos os trabalhos colaborativo.
- Registro das resoluções na lousa: representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções, certas ou erradas, para serem discutidas por todos.
- Plenária: nesta etapa são convidados todos os alunos a fim de discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
- Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, vamos tentar chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- Formalização do conteúdo: neste momento iremos fazer uma representação formal da resolução do problema, registrando a solução na lousa de forma organizada e estruturada.

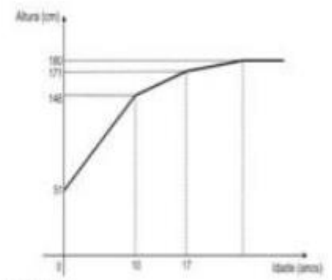
Para a primeira oficina, selecionamos três questões.

1ª questão:

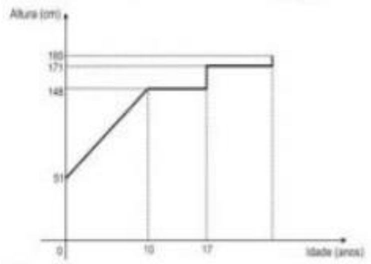
Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

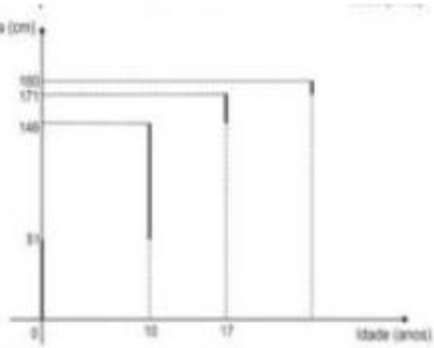
A



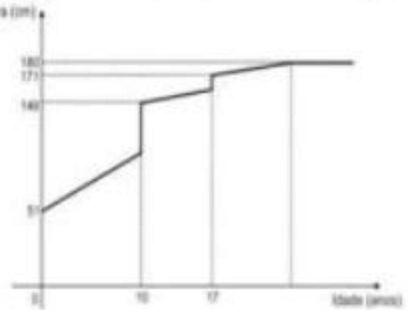
B



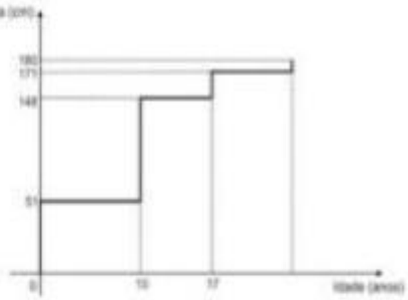
C



D



E

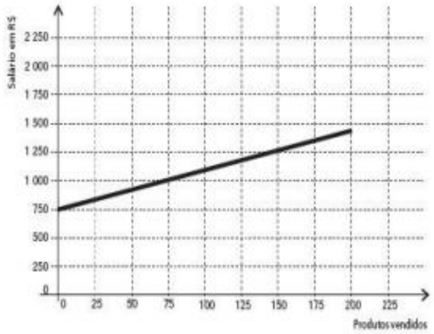


2ª questão:

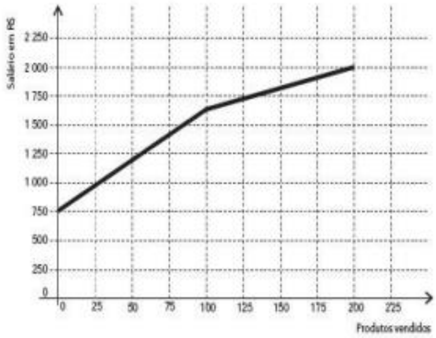
Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$ 750,00, mais uma comissão de R$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

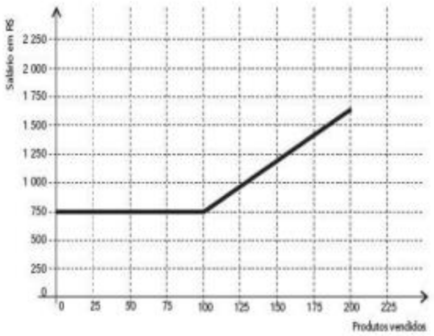
A


Salário em R$
2 250
2 000
1 750
1 500
1 250
1 000
750
500
250
0
0 25 50 75 100 125 150 175 200 225
Produtos vendidos

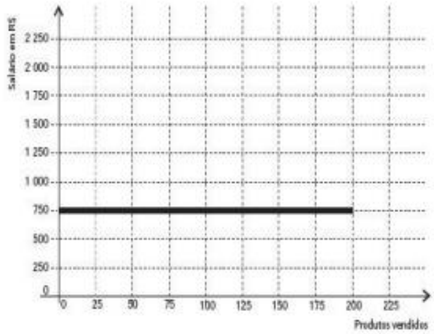
B


Salário em R$
2 250
2 000
1 750
1 500
1 250
1 000
750
500
250
0
0 25 50 75 100 125 150 175 200 225
Produtos vendidos

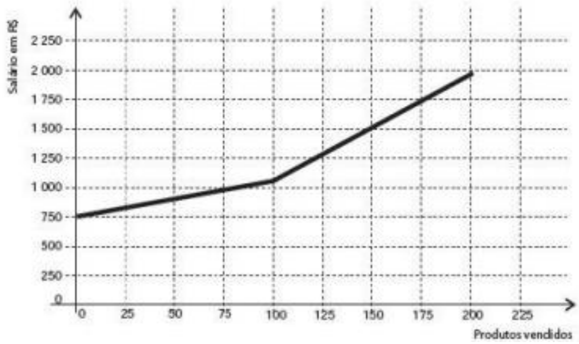
C


Salário em R$
2 250
2 000
1 750
1 500
1 250
1 000
750
500
250
0
0 25 50 75 100 125 150 175 200 225
Produtos vendidos

D

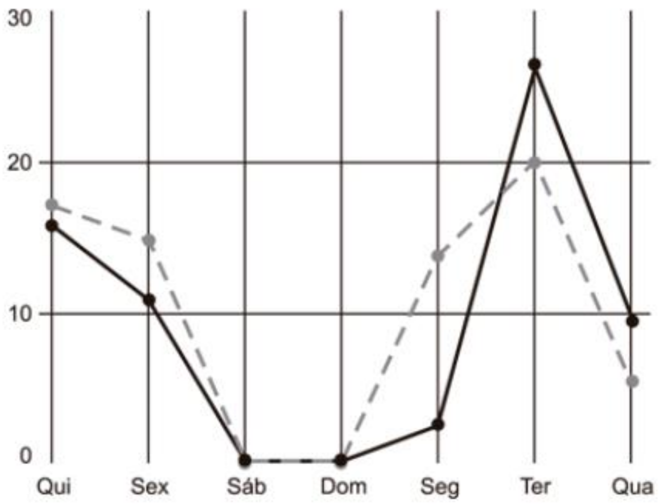

Salário em R$
2 250
2 000
1 750
1 500
1 250
1 000
750
500
250
0
0 25 50 75 100 125 150 175 200 225
Produtos vendidos

E


Salário em R$
2 250
2 000
1 750
1 500
1 250
1 000
750
500
250
0
0 25 50 75 100 125 150 175 200 225
Produtos vendidos

3ª questão:

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: http://blog.bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

As questões vão ser impressas e entregue aos alunos numa folha e disponibilizaremos folhas brancas para que eles façam sua anotações e concluam o resultado de cada problema proposto.

Os alunos terão 20 minutos para resolver cada questão, totalizando 60 minutos. O restante do tempo é destinado à resolução no quadro sendo 10 minutos pra cada questão proposta. Finalizando com 1h30min.

Nessas questões esperamos que os alunos interpretem as informações contidas no enunciado da questão e a relacionem com o conceito de função, comportamentos de gráficos e as coordenadas cartesianas.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação, tem de adequar-se à natureza de aprendizagem, levando em conta não só os resultados das tarefas realizadas, o produto, mas também o que ocorreu no caminho, o processo. É uma espécie de mapeamento que vai identificar as conquistas e os problemas dos alunos em seu desenvolvimento. Após isso, professor e aluno, juntos, devem refletir sobre os erros que ocorreram, transformando esse momento em uma situação de aprendizagem, para que todos possam concluir: acertamos, erramos, aprendemos, assumimos riscos, alcançamos objetivos.

A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema. Onde será observado o comprometimento dos alunos. As resoluções das questões feitas pelos alunos serão recolhidas e avaliadas por nós, ministrantes da oficina. E serão usadas para análise de dados.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, folha A4.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf

http://novafaculdade.com.br/download/116/nova-faculdade-site---20090828---acervocontabeispdf.aspx

PLANO DE AULA/OFICINA
Professor: Silvana Marçal e Keila Rodrigues
Disciplina: Matemática
Nível/Série: 1º ao 3º ano
Tempo estimado: 1h30min
TEMA: Discussão de questões do Enem que envolvem o conteúdo de função.
OBJETIVOS
• **GERAL:** Orientar aos alunos a interpretar e resolver questões do Enem que envolvem funções.
ESPECÍFICOS: ➢ Identificar o campo de existência da função logarítmica; ➢ Ler e interpretar gráficos de funções logarítmicas; ➢ Resolver exemplos reais a partir de cada conceito estudado.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
➢ Interpretação e resolução de problemas que envolvem logaritmos; ➢ Articulação da leitura e escrita na interpretação de problemas; ➢ Identificação da linguagem algébrica, para expressar a relação entre grandezas; ➢ Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Os logaritmos são um dos tópicos matemáticos que se enquadra no contexto de transformação e adaptação nas suas aplicações e esta é uma motivação para apresentar aos alunos tal assunto. O desenvolvimento dos logaritmos nasceu da necessidade de simplificação de alguns cálculos matemáticos, principalmente por conta do desenvolvimento da Astronomia e da expansão do comércio causada pelas grandes navegações. Uma maior intensidade nesse desenvolvimento se deu entre os séculos XVI e XVII e os logaritmos surgiram como meios de cálculos, que transformavam complexas operações de multiplicação e divisão em simples operações de adição e subtração. Seu inventor foi o escocês John Neper (1550-1617), mais conhecido por Napier, ele não foi o único de sua época a apresentar desenvolvimentos no campo dos logaritmos, alguns outros matemáticos também apresentaram propostas idênticas as dele. A sua aplicação no cotidiano nem

sempre é notada, porém ela está presente na computação, na física, na química, na geologia, entre outros. Esse tema é importante para que os alunos obtenham aprendizado algébrico, apresentando problemas que não são abordados nas aulas de Matemática, transformando operações aritméticas complicadas, como potenciação e radiciação, em operações mais simples.

METODOLOGIA DE ENSINO

Inicialmente teremos uma breve conversa informal com os alunos, de modo a deixá-los cientes do que será dado nas oficinas e até mesmo averiguar seus prévios conhecimentos em relação ao assunto. Para esta oficina temos, conforme objetivos citados, discutir com os alunos questões do Enem que abordem funções logarítmicas, bem como, as formas de representações das situações problemas (gráfica, algébrica). Para tal, selecionamos três questões, e estas serão discutidas da seguinte forma:

1ª questão:

A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10{,}7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0),$$

onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7{,}3$.

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina·cm)?

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina·cm)?

a) $10^{-5,10}$;
b) $10^{-0,73}$;
c) $10^{12,00}$;
d) $10^{21,65}$;
e) $10^{27,00}$.

2ª questão

Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

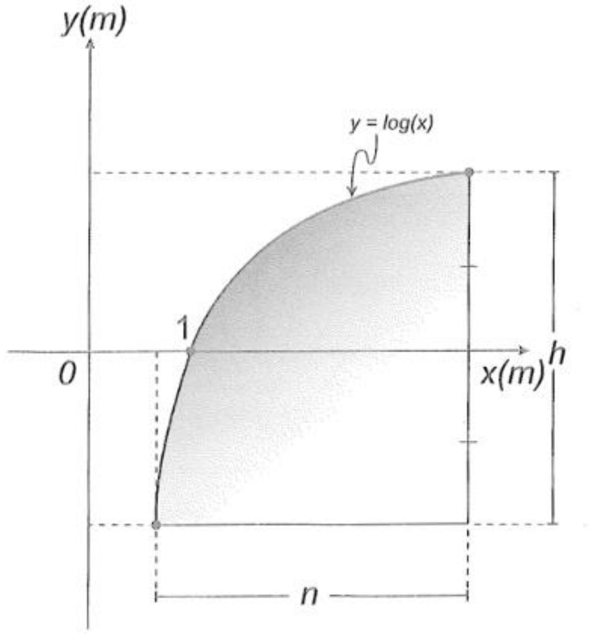
Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

a) 27 b) 36 c) 50 d) 54 e) 100

3ª questão

Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação y = log (x), conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo *x* sempre divida ao meio a altura *h* do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo *x*. Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura *h* do vidro em função da medida *n* de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

Ⓐ $\log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)-\log\left(\dfrac{n-\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

Ⓑ $\log\left(1+\dfrac{n}{2}\right)-\log\left(1-\dfrac{n}{2}\right)$

Ⓒ $\log\left(1+\dfrac{n}{2}\right)+\log\left(1-\dfrac{n}{2}\right)$

Ⓓ $\log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

Ⓔ $2\log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

Pelo processo de investigação matemática, os alunos devem notar que a primeira questão pode ser resolvida de maneira simples, usando apenas uma propriedade do logaritmo. Já a segunda é um pouco mais elaborada, e exigirá do aluno uma boa interpretação de texto, observando que não há a necessidade de usar nenhuma das propriedades do logaritmo. Em relação a última, os mesmos deverão interpretar o gráfico tirar o que for necessário, logo após usar as propriedades do logaritmo e ao final usar Baskára, substituindo na mesma os valores encontrados para que assim possam encontrar a resposta correta. O que esperamos dos alunos é que na verdade não encontrem apenas a resposta certa, mas que alcancem a mesma explorando possibilidades, ampliando seu nível de percepção, raciocínio e crítica.

Os métodos a serem seguidos serão os que estão listados abaixo:

- **Compreender o problema**: O primeiro passo é entender o problema: temos que perceber claramente o que é necessário. Quais são as incógnitas? Quais são os dados? O que o problema está pedindo?
- **Estabelecer um plano de ação**: O segundo passo é encontrarmos um plano de ação para resolver o problema fazendo uma conexão entre os dados e as incógnitas. É possível fazer uma figura? montar uma equação? É possível fazer uma representação geométrica?
- **Executar o plano**: Nesta etapa chega o momento de pôr em prática a elaboração do plano de ação.
- **Revisar a solução**: Examinar a solução obtida. É possível verificar o resultado, observar se a resposta satisfaz às condições cedidas pelo problema.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação será formativa, pois ela nos informará dos efeitos reais de nossa intervenção pedagógica, possibilitando aos alunos que regulem suas ações a partir disso. Pediremos a eles que em cada questão resolvida possam explicar os caminhos seguidos para achar tal resultado. Ao final recolheremos os exercícios para obtenção de dados (números de acertos e de erros).

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico e computador.

REFERÊNCIAS

- https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=96
- http://www.locus.ufv.br/bitstream/handle/texto%20completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/tese_rodrigo_sychocki_da_silva.pdf.