

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE MINAS GERAIS – CAMPUS AVANÇADO PIUMHI
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

Yara Camila da Rocha

**DESENVOLVIMENTO DE *SOFTWARE* PARA O DIMENSIONAMENTO DE
ESCADA PLISSADA BIAPOIADA**

Piumhi – Minas Gerais
2022

Yara Camila da Rocha

**DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA O DIMENSIONAMENTO DE
ESCADA PLISSADA BIAPOIADA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus* Avançado Piumhi como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientação: Professora Ma. Thais de Oliveira Azevedo

Coorientação: Professora Ma. Stella Maria Gomes Tomé.

Piumhi – Minas Gerais

2022

R672d Rocha, Yara Camila da.

Desenvolvimento de software para o dimensionamento de escada plissada biapoçada [manuscrito] / Yara Camila da Rocha. – 2022.

139 f. : il.

Orientadora: Thais de Oliveira Azevedo.

Coorientadora: Stella Maria Gomes Tomé.

Trabalho de Conclusão de Curso (bacharelado) – Instituto Federal Minas Gerais. *Campus Avançado Piumhi*, 2022.

1. Engenharia de estruturas. 2. Escadas e escadarias. 3. Escada plissada. 4. Concreto armado. 5. Software - desenvolvimento. I. Azevedo, Thais de Oliveira. II. Tomé, Stella Maria Gomes. III. Instituto Federal de Minas Gerais. *Campus Avançado Piumhi*. IV. Título.

CDD 624.17

Catálogo: Andreia Cristina Damasceno - CRB-6/1974

Yara Camila da Rocha

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA O DIMENSIONAMENTO DE ESCADA
PLISSADA BIAPOIADA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus Avançado Piumhi* como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientação: Professora Ma. Thais de Oliveira Azevedo

Coorientação: Professora Ma. Stella Maria Gomes Tomé.

Aprovado em: 30 / 11 / 2022 pela banca examinadora:



Documento assinado eletronicamente por **Thais de Oliveira Azevedo, Professora Substituta**, em 12/12/2022, às 15:45, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Vinicius Barbosa de Paiva, Professor**, em 12/12/2022, às 17:17, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Pastre Pereira, Professor**, em 12/12/2022, às 19:00, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Stella Maria Gomes Tome, Professora**, em 13/12/2022, às 14:02, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Junior Henrique Canaval, Professor**, em 14/12/2022, às 12:40, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.ifmg.edu.br/consultadocs> informando o código verificador **1404221** e o código CRC **2B3FA2F8**.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai Antônio Aparecido da Rocha, foi ele quem sempre esteve comigo em todos os momentos da minha graduação e da minha vida, apoiando meus sonhos e acreditando neles.

À minha mãe Maria de Fátima Gonçalves Lima da Rocha por me ajudar e acreditar nos meus sonhos, e por todos os ensinamentos passados ao longo da minha vida.

À Maria Madalena de Souza Machado minha avó do coração (*in memoriam*), uma pessoa de coração bondoso e que me mostrou que independentemente das dificuldades da vida, devemos nos manter fortes e esperançosos.

E ao meu avô Lucas de Jesus Rocha (*in memoriam*), um exemplo de caráter a ser seguido. Quando penso nele, o coração enche de saudade e alegria por ter tido a oportunidade de tê-lo como avô.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, aos meus familiares por todo apoio e incentivo durante a graduação, e também, por toda a compreensão perante a minha ausência neste período que dediquei a realização de um sonho, em especial agradeço à minha madrinha e tia Maria do Carmo Aparecida Paraguai, minha avó Geralda de Amorim da Rocha e minha prima Elizângela do Carmo Paraguai.

Ao meu noivo Victor Eduardo Camargos por todo apoio e companheirismo durante a graduação e construção deste trabalho.

As minhas amigas Ana Carolina M. Fonseca e Bruna Martins S. Elorde, Dara Heleno da Silva e Débora Talita Vieira Caixeta que estiveram comigo durante essa caminhada nos momentos de felicidade e de dificuldades.

À Editora Dunas, em especial ao José Milton de Araújo e sua esposa Patrícia Peixoto de Araújo, por terem me presenteado com a sua coleção de livros, coleção essa que foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho e de grande aprendizado.

À Nathália Christensen Lemos Oliveira pela amizade e ensinamentos passados durante o estágio.

Ao Theodozio Rodrigues Costa Ozanan e sua esposa Tatiana Brandão Osanan que são pessoas muito especiais para mim e sempre me apoiaram.

À professora Ma. Thais de Oliveira Azevedo por ter sido minha orientadora e à professora Ma. Stella Maria Gomes Tomé por ter sido minha coorientadora, e por ambas terem contribuído na minha formação acadêmica e na realização deste trabalho.

A todos os professores que contribuíram na minha formação em especial aos professores Me. Humberto Coelho de Melo, Me. Júnior Henrique Canaval, Me. Tobias Ribeiro Ferreira, Me. Thiago Pastre Pereira, Me. Vinícius Barbosa de Paiva, Ma. Evelisy Cristina de Oliveira Nassor, Ma. Carla Cristiane Silva, Ma. Amanda Ribeiro Mafra Lima e Ma. Dayana Keity Carmo Gonçalves.

Aos servidores, direção, administração, e demais colaboradores do IFMG Piumhi, por todo trabalho desenvolvido. Em especial agradeço a pedagoga Me. Eugênia de Sousa e a secretária Vânia Soares que são pessoas muito queridas, que me acolheram desde meu processo de transferência para o IFMG.

“Considero mais corajoso alguém que vence os seus desejos do que aquele que conquista os seus inimigos, porque a vitória mais difícil é a vitória sobre si mesmo”

Aristóteles

RESUMO

Escadas são elementos muito utilizados na construção civil para unir pavimentos de diferentes níveis. A construção desse trabalho foi realizada embasando-se na literatura que aborda sobre o tema de escadas e concreto armado. No decorrer deste trabalho foram abordados temas relevantes para o entendimento do dimensionamento realizado. O software, produto desse trabalho, tem como objetivo auxiliar estudantes no dimensionamento e otimizar o processo de cálculo de escadas plissadas biapoiadas. Toda a rotina de cálculo foi programada de modo a seguir os critérios das Normas Técnicas Brasileiras, NBR 6118:2014, NBR 6120:2019, NBR 9050:2020 e NBR 9077:2001. Para validar a confiabilidade dos resultados obtidos pelo software, foram elaborados exemplos de cálculo, os quais foram resolvidos manualmente e após esse processo foram comparados com os resultados apresentados pelo programa. Por fim, os resultados obtidos foram satisfatórios e mostram que é possível automatizar o processo de cálculo, entretanto, o software possui algumas limitações que estão relacionadas ao detalhamento das armaduras calculadas e ao cálculo de armadura para combater esforços cortantes, pois, não é muito comum o uso desse tipo de armadura.

Palavras-chaves: Concreto armado. Engenharia de estruturas. Escadas e escadarias. Escada Plissada. Software – desenvolvimento.

ABSTRACT

Ladders are very commonly used elements in the civil construction to unite different floor levels. The construction of this work was made based on the literature that approaches the themes ladders and reinforced concrete. In the progress of this work were approached relevant themes for the fully understanding of the sizings that were made. The software, product of this work, have as objective, support the students on the sizing and improvement of the calculation process of the supported pleated ladders. All the calculation routine was programed in a way that follows the criteria of the Brazilian technical standards, NBR 6118:2014, NBR 6120:2019, NBR 9050:2020, NBR 9077:2001. To authenticate the results provided by the software, there were made calculation examples, in wich they were solved all manually and after this process the results provided were compared to each other, the ones given by the software and the ones given manually. At last, the results were proved satisfactory and show that it is possible to automate the calculation process, however, the software has some limitations that are related to the detailing of the armors provided by the software and also the calculation of the armors to resist the shear stress, since using this kind of armor is not often needed.

Keywords: Reinforced Concrete. Structural engineering. Stairs and staircases. Pleated ladder. Software – development.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Escada sob laje; (b) Escada plissada	25
Figura 2 - Variações de formas de escadas plissadas.	26
Figura 3 - Escada plissada em corte.....	27
Figura 4 - Escada plissada em planta baixa	28
Figura 5 - Estádio I	29
Figura 6 - Estádio II	31
Figura 7 - Estádio III	33
Figura 8 - Retângulo equivalente	33
Figura 9 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	38
Figura 10 - Altura livre mínima	40
Figura 11 - Peso próprio da escada.....	41
Figura 12 - Espessura média	43
Figura 13 – Patamar.....	44
Figura 14 - Distribuição de peso próprio	45
Figura 15 - Revestimento de escadas sob lajes	46
Figura 16 - Revestimento em escada plissada.....	47
Figura 17 - Forças aplicadas em um guarda corpo genérico	49
Figura 18 - Modelo I (primeiro lance)	60
Figura 19 - Modelo II (segundo lance)	60
Figura 20 - Exemplo genérico de um diagrama de esforço normal.....	63
Figura 21 - Limites.....	63
Figura 22 - Análise	64
Figura 23 - Exemplo genérico de um diagrama de esforço cortante.....	65
Figura 24 - Faixa de um metro	68
Figura 25 - Concreto envolvido	84
Figura 26 - Área crítica.....	86
Figura 27 - Direção das armaduras principais	87
Figura 28 - Armadura principal do tipo nó (representação de um trecho central).....	88
Figura 29 – Detalhamento da armadura do tipo estribo fechado	89
Figura 30 - Trajetórias das tensões de compressão e tração na ancoragem.	90
Figura 31 – Fendilhamento na região de ancoragem.....	91
Figura 32 - Posições de boa e má aderência	91

Figura 33 - Tipos de ganchos	93
Figura 34 - Emenda por traspasse.....	95
Figura 35 - Emendas na mesma seção	96
Figura 36: Fluxograma da metodologia utilizada.....	100
Figura 37 - Tela inicial	102
Figura 38 - Aviso	102
Figura 39 - Guia do usuário	103
Figura 40 - Guia "Geometria"	104
Figura 41 - Guia "Critérios NBR 9050:2020.....	104
Figura 42 - Guia " Composição de cargas".....	105
Figura 43 - Guia "Materiais"	105
Figura 44 - Fluxograma da rotina de cálculo	106
Figura 45 – Exemplo prático 1a	107
Figura 46 – Resultados do exemplo prático 1a	108
Figura 47 - Exemplo prático 1b	109
Figura 48 - Resultados do exemplo prático 1b	110
Figura 49 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento geométrico)	123
Figura 50 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento e verificações do trecho 1)	124
Figura 51 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento e verificações do trecho 2)	125
Figura 52 - Resultado do exemplo prático 3	127
Figura 53 - Resultado do exemplo prático 4	128
Figura 54 – Resultados do exemplo prático 5	135

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Limites da linha neutra.....	36
Quadro 2 - Combinações de Pisos X Espelhos.....	39
Quadro 3 - Revestimentos de pisos.....	46
Quadro 4 - Valores das forças horizontais aplicadas em guarda corpos conforme a NBR 6120:2019.....	48
Quadro 5 - Valores característicos nominais das cargas variáveis.....	50
Quadro 6 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_1 - \gamma_3$	54
Quadro 7 – Coeficiente de redução para ações (ELU).....	54
Quadro 8 - Coeficiente de redução para ações (ELS)	55
Quadro 9 - Coeficiente γ_{f2}	56
Quadro 10 - Combinações de ações	57
Quadro 11 - Combinações de serviço.....	59
Quadro 12 - Classes de agressividade ambiental (CAA)	69
Quadro 13 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto armado	70
Quadro 14 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$	71
Quadro 15 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s	72
Quadro 16: Taxas mínimas de armadura de flexão	75
Quadro 17 – Valores estimados do módulo de elasticidade em função do f_{ck}	80
Quadro 18 – Valores do coeficiente $\xi(t)$	82
Quadro 19 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e proteção da armadura em função da classe de agressividade ambiental.....	83
Quadro 20 - Valores máximos de diâmetro e espaçamentos, com barras de alta aderência.....	86
Quadro 21 – Coeficiente η_1 de acordo com a NBR 6118:2014	92
Quadro 22 - Diâmetro dos pinos de dobramento para os ganchos.....	94
Quadro 23 - Comprimento de ancoragem básico.....	94
Quadro 24 - Proporção máxima de barras tracionadas emendadas.....	96
Quadro 25 – Valores do coeficiente α_{0t}	97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
CBMMG	Corpo de Bombeiros Militar de Minas Gerais
NBR	Norma Técnica Brasileira
IT	Instrução Técnica
LN	Linha neutra
OOP	Programação orientada a objetos
cm	centímetro
cm ²	centímetro quadrado
m	metro
mm	milímetro
kN	Kilo-Newton
kN/m	Kilo-Newton por metro
kN/m ²	Kilo-Newton por metro quadrado
kN.m	Kilo-Newton metro
MPa	Megapascal

LISTA DE SÍMBOLOS

B_{esc}	Largura da escada
V_1 e V_2	Vigas de apoio
L_{tot}	Comprimento total
L_{inc}	Comprimento do trecho inclinado
L_{reto}	Comprimento do trecho reto na região do patamar
p	Piso
h	Espessura do piso
e	Espelho
Alt_1	Altura de piso a piso do primeiro lance
Alt_2	Altura de piso a piso do segundo lance
M_I	Momento estático da seção em relação a LN no estádio I
M_{II}	Momento estático da seção em relação a LN no estádio II
M_{III}	Momento estático da seção em relação a LN no estádio III
R_{cc}	Resultante do concreto à compressão
R_{ct}	Resultante do concreto à tração
ε_{cc}	Deformação do concreto comprimido
ε_{ct}	Deformação do aço tracionado
σ_{cc}	Tensão de compressão no concreto
f_{ct}	Tensão de tração no concreto
b	Largura da peça genérica
X_I	Posição da linha neutra no estádio I
X_{II}	Posição da linha neutra no estádio II
X_{III}	Posição da linha neutra no estádio III
α_e	Parâmetro que leva em consideração o módulo de elasticidade do aço dividido pelo módulo de deformação secante do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
E_{cs}	Módulo de deformação secante do concreto
A_s	Área de aço
$A_{s,p}$	Área de aço da armadura principal
$A_{s,min}$	Área de aço mínima

$A_{s,sec}$	Área de aço secundária
$A_{s,ef}$	Área de aço efetiva
$A_{s,calc}$	Área de aço calculada
d	Altura útil
I_I	Inércia da seção no estágio I
I_{II}	Inércia da seção no estágio II
R_s	Resistência do aço à tração
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_{ctk,sup}$	Resistência característica superior do concreto à tração
$f_{ct,m}$	Resistência característica média do concreto à tração
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
ε_{c2}	Deformação específica de encurtamento do concreto no início plástico
ε_{yd}	Deformação limite de escoamento do aço
ε_s	Deformação do aço
f_{yd}	Resistência do aço de cálculo
f_{yk}	Resistência do aço característica
$x_{lim,2}$	Posição limite da linha neutra no domínio 2
$x_{lim,3}$	Posição limite da linha neutra no domínio 3
$x_{lim,4}$	Posição limite da linha neutra no domínio 4
$x_{lim,4a}$	Posição limite da linha neutra no domínio 4a
$x_{lim,5}$	Posição limite da linha neutra no domínio 5
g_{lance}	Peso próprio do lance
$h_{méd}$	Espessura média
g_{pat}	Peso próprio do patamar
$g_{parapeito}$	Peso próprio do parapeito
γ	Peso específico do material
t	Espessura do material
γ_f	Coefficientes de ponderação
ψ	Fatores de redução de combinação de ação
F_d	Valor de cálculo das ações
$F_{gk,j}$	Ações permanentes características

$F_{qk,i}$	Ações variáveis características
$F_{qk,1}$	Ação variável principal
$\psi_{0i}F_{qk,i}$	Valores reduzidos das ações variáveis secundárias
$\psi_{0i,ef}$	Coeficiente de redução de ação variáveis secundárias especiais ou de construção
$F_{q,exc}$	Ação variável excepcional
$\gamma_{g,j}$	Coeficiente de ponderação de ação
RVA	Reação vertical A
RVB	Reação vertical B
RHA	Reação horizontal A
n_{pisos}	Quantidade de pisos
N_d	Normal de cálculo
X_{C0}	Posição onde ocorre o máximo momento
$v_{positivo}$	Ponto tracionado (valor do cortante positivo)
$v_{negativo}$	Ponto comprimido (valor do cortante negativo)
$\Delta_{positivo}$	Distância do ponto tracionado em relação a origem
$M_{d,mín}$	Momento de cálculo mínimo
$M_{d,máx}$	Máximo momento atuante (combinação normal)
$M_{d,máx'}$	Máximo momento atuante (combinação quase permanente)
M_r	Momento de fissuração
$F_{d,lance}$	Carregamento de cálculo atuante no lance proveniente da combinação de ação
$F_{d,pat}$	Carregamento de cálculo atuante no patamar proveniente da combinação de ação
t_1	Momento provocado pela reação de apoio até a posição X_{C0}
t_2	Momento gerado pelo carregamento atuante no patamar até a posição X_{C0}
t_3	Momento causado pelo carregamento atuante no lance até a posição X_{C0}
c_{nom}	Cobrimento nominal
c_{min}	Cobrimento mínimo
Δ_c	Coeficiente de controle de qualidade da obra

ϕ_{Barra}	Diâmetro da barra
$\emptyset_p$	Diâmetro da barra da armadura principal
ϕ_s	Diâmetro da barra da armadura secundária
$\phi_{agregado\ grau\ do}$	Diâmetro do agregado graúdo
$\phi_{máx}$	Diâmetro máximo da barra
$s_{máx}$	Espaçamento máximo entre barras
γ_m	Coeficiente de ponderação
γ_c	Coeficiente de minoração do concreto
γ_s	Coeficiente de minoração do aço
W_0	Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto
I_c	Inércia da seção bruta
y_t	Distância da linha neutra até a fibra mais tracionada
V_{sd}	Esforço cortante de cálculo
V_{rd1}	Esforço cortante solicitante de cálculo
τ_{Rd}	Tensão resistente de cálculo do concreto
ρ_1	Taxa de armadura
k	Coeficiente que fornece a parcela do momento de calculo
$I_{eq,t0}$	Inércia equivalente
$W_{(t0)}$	Flecha imediata
W	Flecha total
Δ_W	Flecha diferida
α	Parâmetro que leva em consideração o tipo da seção
E_{ci}	Módulo de elasticidade inicial do concreto
w_k	Limite de abertura de fissuras
σ_{si}	Tensão de tração no centro de gravidade da armadura
η_1	Coeficiente de conformação superficial da armadura
ρ_{ri}	Taxa de armadura passiva em relação a área da região de envolvimento
A_{cri}	Área de envolvimento
l_b	Comprimento básico de ancoragem
f_{bd}	Tensão de aderência
$l_{b,min}$	Comprimento de ancoragem mínimo
$l_{b,nec}$	Comprimento de ancoragem necessário

l_{ot}	Comprimento do traspasse
$l_{ot,min}$	Comprimento de traspasse mínimo
α_{ot}	Coefficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	OBJETIVOS.....	22
2.1	Objetivo Geral.....	22
2.2	Objetivos Específicos.....	22
3	REFERENCIAL TEÓRICO	23
3.1	Definições iniciais.....	23
3.1.1	<i>Normatização.....</i>	23
3.1.1.1	ABNT NBR 6118:2014 Projetos de estruturas de concreto – Procedimento	23
3.1.1.2	ABNT NBR 9050:2020 Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos.....	23
3.1.1.3	ABNT NBR 6120:2019 Ações para o cálculo de estruturas de edificações	24
3.1.1.4	ABNT NBR 9077:2001 Saídas de emergência em edifícios	24
3.1.1.5	Instrução Técnica – 08 Saídas de emergências em edificações	24
3.1.2	<i>Escada.....</i>	24
3.1.3	<i>Elementos Plissados</i>	25
3.1.4	<i>Geometrias usuais das Escadas</i>	25
3.1.5	<i>Nomenclatura utilizada.....</i>	26
3.2	Estádios	28
3.3	Domínios de deformação	34
3.4	Dimensionamento geométrico	38
3.5	Estrutural	40
3.5.1	<i>Composição das cargas.....</i>	40
3.5.1.1	Peso próprio	41
3.5.1.2	Revestimentos	45

3.5.1.3	Guarda Corpo.....	47
3.5.1.4	Sobrecarga (cargas variáveis)	50
3.5.2	<i>Classificação das Ações</i>	51
3.5.2.1	Permanentes	51
3.5.2.2	Variáveis.....	52
3.5.2.3	Excepcionais	53
3.5.3	<i>Coeficientes de ponderação das ações</i>	53
3.5.3.1	Estado-limite Último	53
3.5.3.2	Estado-limite de serviço	55
3.5.4	<i>Combinações de ações</i>	56
3.5.4.1	Combinações últimas	56
3.5.4.2	Combinações de serviço.....	58
3.5.5	<i>Análise estrutural de escadas plissadas isostáticas em “u”</i>	60
3.5.6	<i>Estado-Limite Último</i>	67
3.5.6.1	Critérios de projeto que visam a qualidade da estrutura	68
3.5.6.2	Coeficientes de ponderação das resistências	71
3.5.6.3	Dimensionamento à flexão.....	72
3.5.6.4	Dispensa de armaduras para força cortante	76
3.5.7	<i>Estado-Limite de Serviço</i>	77
3.5.7.1	Estado-Limite de deformações	78
3.5.7.2	Estado-Limite de formação de fissuras.....	82
3.6	<i>Detalhamento das armaduras.....</i>	87
3.6.1	<i>Ancoragem das barras</i>	89
3.6.2	<i>Emendas das barras por traspasse</i>	95
3.7	<i>Introdução à programação.....</i>	97
4	<i>METODOLOGIA</i>	100

4.1	Software	101
4.2	Apresentação	101
4.3	Dados de entrada	103
4.4	Rotina de cálculo	105
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	107
5.1	Exemplos prático 1	107
5.2	Exemplo prático 2	110
5.3	Exemplo prático 3	125
5.4	Exemplo prático 4	127
5.5	Exemplo prático 5	128
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	136
6.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	136

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Araújo (2014), as escadas são elementos estruturais que podem possuir diversas formas, e que são responsáveis por permitir o acesso dos usuários a diferentes níveis. Para cada tipo de forma de escada haverá um comportamento estrutural específico.

O presente trabalho abordou o tema sobre escadas plissadas no formato “U”. Esse tipo de escada geralmente possui maiores espessuras pelo fato do momento atuante se desenvolver longitudinalmente na seção de dimensionamento que é retangular (ARAÚJO, 2014).

Todos os elementos estruturais devem ser dimensionados de modo a garantir a segurança do usuário, atendendo as exigências normativas e analisadas caso a caso para que se tenha um projeto eficiente e que atenda aos requisitos mínimos de durabilidade (NBR 6118, 2014).

O projeto de escadas é um tema pouco abordado durante os cursos de graduação, entretanto, muito utilizado na construção civil, pois, qualquer edificação com mais de um pavimento necessita de uma escada. No ramo da construção civil, é muito comum o uso de *softwares* que auxiliam nas tarefas do dia-a-dia. Esses programas têm como objetivo, na maioria das vezes, otimizar o processo de cálculo, realizar verificações e os desenhos dos projetos.

Conhecendo essa dificuldade, a proposta desse trabalho foi a criação de uma ferramenta computacional para que sejam feitos o dimensionamento estrutural e geométrico, as verificações de serviço e a dispensa de armadura cortante. O *software* desenvolvido poderá servir de auxílio para aqueles que tenham interesse no tema. A análise estrutural foi desenvolvida levando em consideração as exigências e recomendações das normas brasileiras pertinentes ao tema e o programa foi validado com exemplos práticos.

2 OBJETIVOS

2.1 *Objetivo Geral*

Desenvolver uma ferramenta computacional para fins acadêmicos que possibilite a execução de uma rotina de cálculo para o dimensionamento no Estado Limite Último (ELU) e verificações no Estado Limite de Serviço (ELS) em escadas do tipo plissada biapoiada isostática.

2.2 *Objetivos Específicos*

- Realizar revisão bibliográfica pertinente para obter as considerações necessárias ao dimensionamento da escada plissada;
- Criar um *software* para o dimensionamento de escadas plissadas;
- Criar uma interface de fácil entendimento para o usuário (necessário conhecimentos técnicos das disciplinas de concreto armado);
- Realizar a validação do *software*.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Definições iniciais

O presente tópico abordou os conceitos de escadas e elementos plissados, as geometrias usuais das escadas e a nomenclatura utilizada no decorrer deste trabalho.

3.1.1 Normatização

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é quem define e administra as normas técnicas brasileiras.

Para o projeto de escadas, é de suma importância que o projetista consulte além das normas da ABNT, as colocações impostas pelas Instruções Técnicas definidas pelo corpo de bombeiros vigentes em sua cidade ou de outro órgão competente.

3.1.1.1 ABNT NBR 6118:2014 Projetos de estruturas de concreto – Procedimento

A NBR 6118:2014 é responsável por estabelecer os critérios e requisitos mínimos necessários para a elaboração de projeto de estruturas de concreto.

Neste trabalho esta norma é utilizada para o dimensionamento estrutural em concreto armado para que o elemento atenda as condições de segurança.

3.1.1.2 ABNT NBR 9050:2020 Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos

A NBR 9050:2020 é a norma que governa e impõe as condições a serem cumpridas em relação a acessibilidade a edificações, mobiliários, espaços e equipamentos urbanos.

No item 6.8 da NBR 9050:2020 é possível identificar algumas considerações para o dimensionamento geométrico de escadas. Neste trabalho essas condições foram descritas com mais detalhes no item 3.4.

3.1.1.3 *ABNT NBR 6120:2019 Ações para o cálculo de estruturas de edificações*

A NBR 6120:2019 estipula as ações mínimas que devem ser utilizadas no projeto de estruturas de edificações. O uso dessa norma é de suma importância para as composições de cargas e combinações de ações, uma vez que, ela traz parâmetros de cargas e condições para que se possa dimensionar determinada estrutura.

3.1.1.4 *ABNT NBR 9077:2001 Saídas de emergência em edifícios*

A NBR 9077:2001 impõe diversas condições para vários tipos de escadas. Neste trabalho será abordado escadas não enclausuradas ou escada comum.

Esta norma possui diversas considerações que devem ser analisadas para o desenvolvimento do projeto de uma escada. No item 3.4 serão apresentadas as considerações relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

3.1.1.5 *Instrução Técnica – 08 Saídas de emergências em edificações*

A IT¹ - 08 tem como função auxiliar os profissionais que atuam na criação de projetos e execução de obras que são submetidas à aprovação do Corpo de Bombeiros de Minas Gerais.

Neste trabalho, o uso da IT – 08 servirá como um elemento complementar das NBR's 9077:2001 e 9050:2020.

3.1.2 **Escada**

Uma escada pode ser definida como uma sequência de três degraus ou mais e pode ser classificada de acordo com a sua funcionalidade (ABNT, NBR 9050:2020).

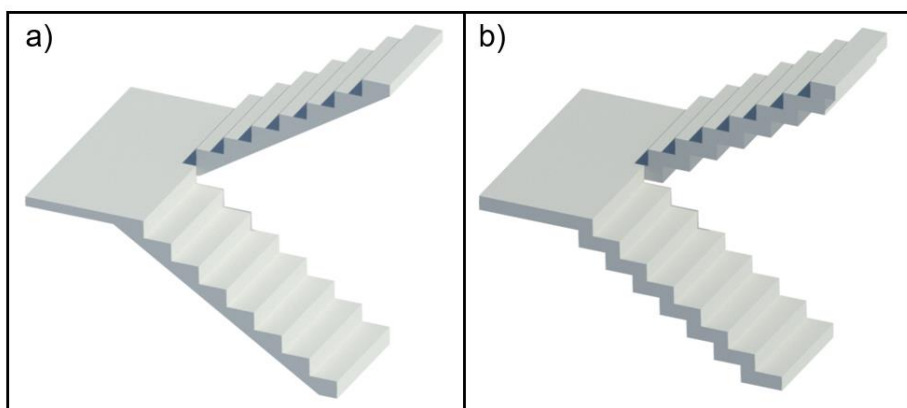
Quanto a classificação do tipo de escada abordada neste trabalho, ela pode ser classificada como não enclausurada ou escada comum (NE), ou seja, é aquela que mesmo estando em um local estratégico de saída, que se conecta com outro nível e dá acesso aos demais ambientes de uso comum e não possui portas que

¹ IT – Instrução Técnica

contemplam as propriedades necessárias para que sejam classificadas como cortafogo (ABNT, NBR 9077:2001).

As escadas em concreto armado geralmente são feitas sob lajes, onde seu fundo é totalmente plano, ou plissada, onde é possível visualizar o formato dos seus degraus em sua face inferior, não tendo um fundo totalmente plano, conforme pode ser visualizado na Figura 1.

Figura 1 – (a) Escada sob laje; (b) Escada plissada



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.1.3 Elementos Plissados

De acordo com Leonhardt e Mönning (2008) elementos plissados podem ser “compostos de retângulos estreitos ou largos (estruturas plissadas prismáticas), de triângulos, hexágonos etc., existindo, portanto, uma multiplicidade de formas”.

Os elementos plissados em geral são unidos (no caso da escada plissada, o aço e o concreto conectam os degraus) com um certo ângulo entre os seus planos, uma vez que os elementos plissados necessitam resistir ao cisalhamento ou flexão, suas bordas devem ser enrijecidas de modo que não ocorram mudanças no seu ângulo (LEONHARDT; MÖNNIG, 2008).

3.1.4 Geometrias usuais das Escadas

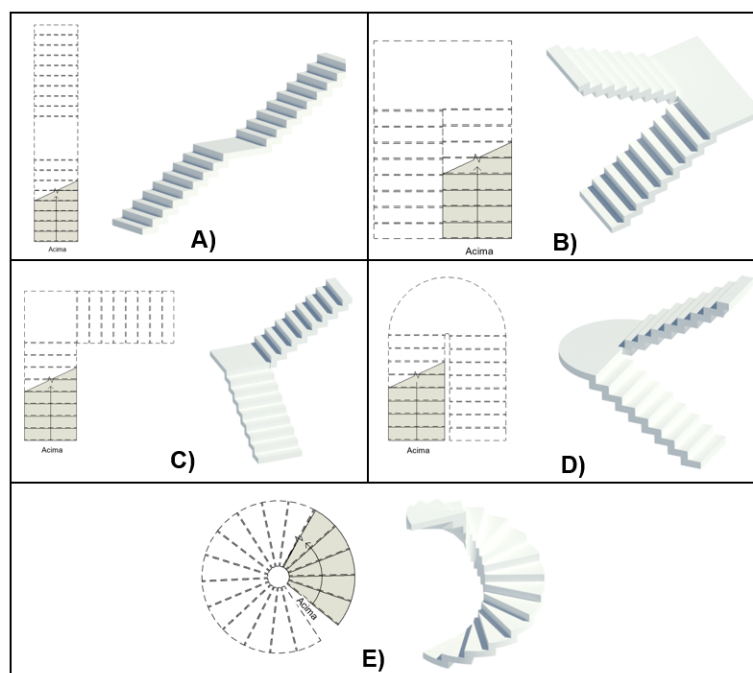
O presente item tem como objetivo apresentar de forma ilustrativa as geometrias de escadas mais utilizadas, os tipos de apoios que elas podem ter e a

suas análises estruturais não serão tratadas neste trabalho, exceto no caso das escadas plissadas biapoiadas isostáticas do tipo “U” com patamar reto armada longitudinalmente.

Na maioria dos casos as escadas que são projetadas em edifícios podem assumir diversas formas, o fator responsável pela escolha da geometria da escada está ligado diretamente com as condições impostas e limitações do projeto arquitetônico, como por exemplo o espaço disponível para a construção (ARAÚJO, 2014).

Na Figura 2 foram feitas as representações de variadas formas de escadas plissadas, sendo elas, reta, em “U” com degrau reto, em “L”, em “U” com o patamar curvo e do tipo “O”, respectivamente.

Figura 2 - Variações de formas de escadas plissadas.



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

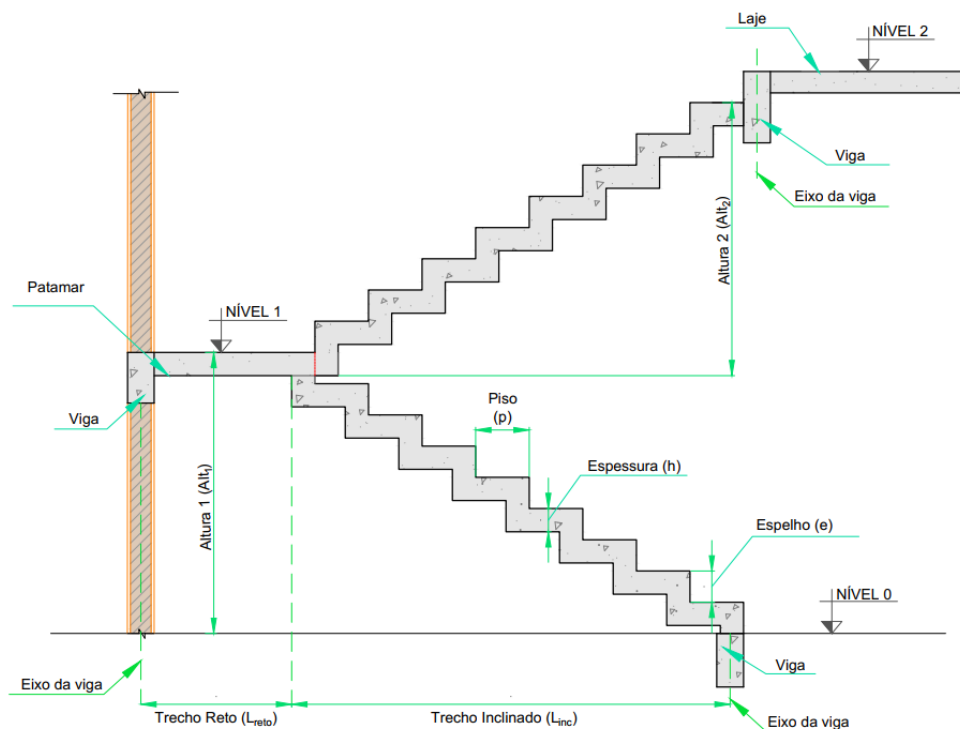
3.1.5 ***Nomenclatura utilizada***

Para facilitar o entendimento e a compreensão do leitor foi realizada uma padronização das nomenclaturas que serão utilizadas. Os itens citados abaixo, compreendem basicamente as dimensões da escada e os elementos de apoios (vigas), sendo eles:

- largura da escada (B_{esc});
- vigas de apoio da escada (V_1 e V_2);
- comprimento total (L_{tot});
- comprimento do trecho inclinado (L_{inc});
- comprimento do trecho reto na região do patamar (L_{reto}).
- piso (p);
- espessura do piso (h);
- espelho (e);
- altura de piso a piso do primeiro lance (Alt_1);
- altura de piso a piso do segundo lance (Alt_2).

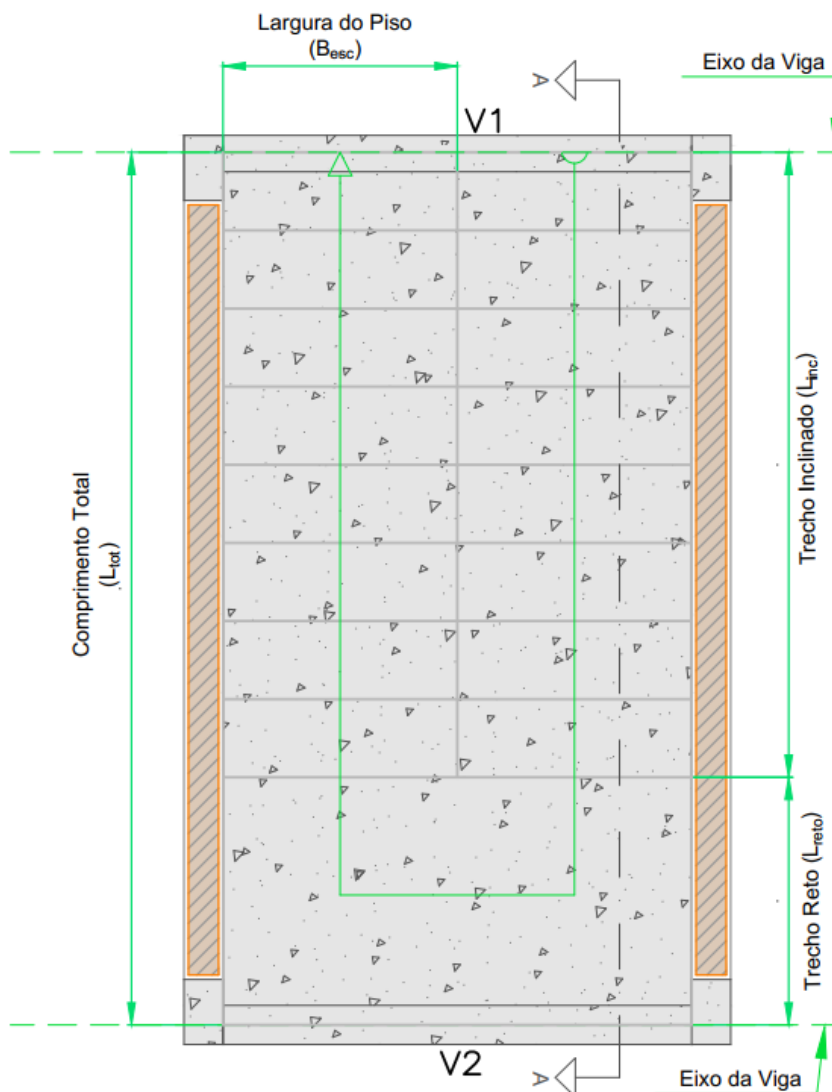
Todos os itens, citados anteriormente, possuem unidade de comprimento nas equações que serão apresentadas no decorrer deste trabalho, e, na Figura 3 e Figura 4 é possível visualizá-los com maior clareza.

Figura 3 - Escada plissada em corte



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 4 - Escada plissada em planta baixa



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.2 Estádios

Para determinar o desempenho de uma peça de concreto é necessário realizar um certo procedimento que consiste na aplicação de um carregamento que inicialmente equivale à zero e vai aumentando a carga atuante até que a peça venha a romper (PINHEIRO, 2007).

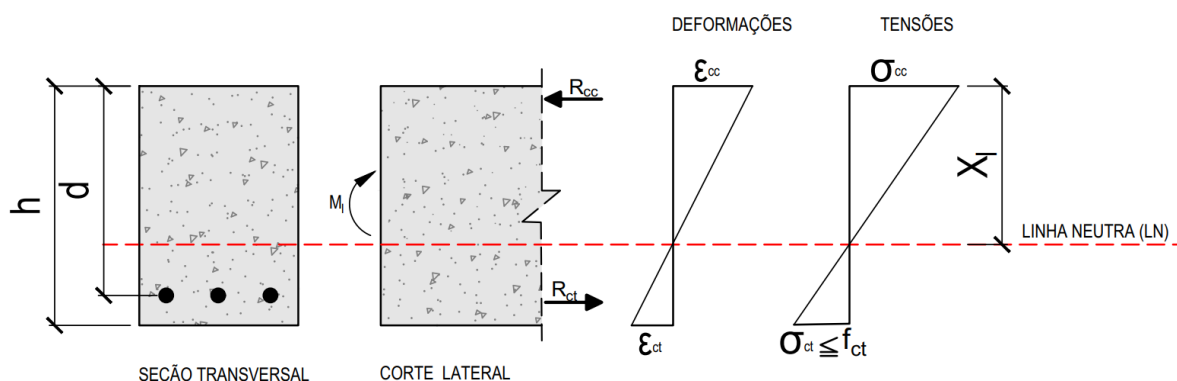
Conforme o carregamento vai aumentando, a peça de concreto passa por 3 fases que são denominados “estádios”. O primeiro deles é o estágio I, nessa fase o carregamento está começando a ser aplicado, logo, as tensões normais começam a

surgir e a se distribuir de forma linear no elemento. Essas tensões possuem uma magnitude pequena, portanto, nesse momento o concreto consegue resistir às tensões de tração atuantes (PINHEIRO, 2007).

O concreto é um elemento que possui uma resistência à tração muito pequena que pode ser considerada desprezível quando se comparada à sua resistência à compressão, portanto, neste estágio não é viável realizar qualquer tipo de dimensionamento. O estágio I termina no momento em que a peça começa a fissurar, logo, nesse estágio é realizado apenas o cálculo do momento de fissuração (PINHEIRO, 2007).

Na Figura 5 é ilustrada a explicação do estágio I através de um diagrama linear de tensões ao longo da seção transversal da peça submetida à flexão.

Figura 5 - Estádio I



Fonte: Adaptado de PINHEIRO, 2007.

M_f é o momento provocado pelo carregamento no estágio I, R_{cc} e R_{ct} representam as resultantes do concreto à compressão e à tração respectivamente, ϵ_{cc} e ϵ_{ct} equivalem às deformações do concreto comprimido e tracionado, σ_{cc} representa a tensão de compressão no concreto, $\sigma_{ct} \leq f_{ct}$ significa que a tensão de tração no concreto deve ser menor ou igual a sua resistência à tração, h representa a altura total da peça e d é a altura útil da peça (distância da borda do concreto comprimida até o eixo ou centro geométrico das armaduras tracionadas).

De acordo com Pinheiro (2007) para determinar a posição da linha neutra (Equação 2) da peça neste estágio basta fazer o momento atuante na LN igual a zero (Equação 1), portanto, para elementos retangulares se tem as seguintes equações:

$$M_I = b \cdot X_I \cdot \frac{X_I}{2} - b \cdot (h - X_I) \cdot \frac{h - X_I}{2} - (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - X_I) \quad \text{Equação 1}$$

em que:

M_I : momento fletor da seção no estágio I em relação a LN;

b : largura da peça;

X_I : posição da linha neutra no estágio I;

h : altura da peça;

α_e : módulo de elasticidade do aço dividido pelo módulo de deformação secante do concreto $\left(\frac{E_s}{E_{cs}}\right)$;

A_s : área de aço;

d : altura útil da seção.

Igualando M_I à zero e isolando X_I , tem-se a Equação 2, representada abaixo.

$$X_I = \frac{\frac{bh^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d}{b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot A_s} \quad \text{Equação 2}$$

Após determinar a posição linha neutra da peça é possível calcular o momento de inércia (Equação 3) da peça (PINHEIRO, 2007).

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(X_I - \frac{h}{2}\right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - X_I)^2 \quad \text{Equação 3}$$

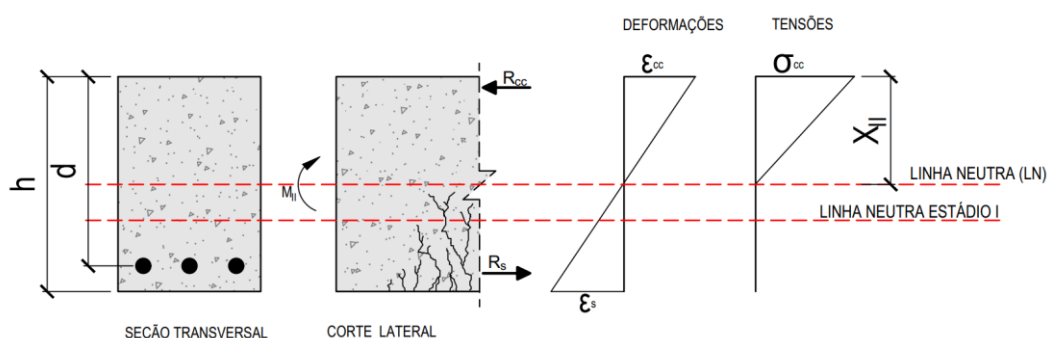
O estágio II se inicia no momento em que a peça começa a fissurar, neste instante o carregamento já possui uma intensidade que provoca tensões de tração as quais o concreto não resiste, logo, a região da peça que está sujeita a esse esforço encontra-se fissurada (parte inferior para momentos positivos). Nesse momento a resistência à tração do concreto deve ser desprezada, sendo apenas a resistência do aço considerada. A região em que se encontra comprimida ainda possui as tensões se distribuindo linearmente, obedecendo a lei de Hooke (PINHEIRO, 2007).

Conforme vai aumentando o carregamento atuante, as fissuras vão de encontro a borda da peça mais comprimida, a posição da linha neutra (LN) se desloca se aproximando também da borda em questão e a tensão da armadura aumenta, fazendo com que ela atinja o seu patamar de escoamento ou não (PINHEIRO, 2007).

O estágio II é utilizado para verificação das peças no estado-limite de serviço, sendo eles, o estado-limite de deformações excessivas e o estado-limite de abertura de fissuras. O término desse estágio é determinado quando se inicia a plastificação do concreto comprimido (PINHEIRO, 2007).

Na Figura 6 é ilustrada a explicação acima através de um diagrama linear de tensões ao longo da seção transversal da peça, submetida à flexão, no estágio II.

Figura 6 - Estádio II



Fonte: Adaptado de PINHEIRO, 2007.

M_{II} corresponde ao momento fletor provocado pelo carregamento e R_s representa a resistência à tração do aço.

De acordo com Pinheiro (2007) para obter a posição da linha neutra e a inércia da seção no estágio II, o cálculo é feito de forma análoga ao estágio I.

Para o momento estático atuante na seção, tem-se a Equação 4.

$$M_{II} = b \cdot X_{II} \cdot \frac{X_{II}}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - X_{II}) \quad \text{Equação 4}$$

Simplificando a Equação 4 e igualando o momento à zero, obtêm-se a Equação 5.

$$\frac{b}{2} \cdot X_{II}^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot X_{II} - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0 \quad \text{Equação 5}$$

Como se obteve uma equação do segundo grau para isolar X_{II} será utilizada a equação de *Bhaskara* para obtenção da posição da linha neutra no estádio II. Portanto, a equação Equação 6 representada abaixo, irá possuir para o termo “a” a Equação 7, para “b” a Equação 8 e “c” a Equação 9.

$$X_{II} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} \quad \text{Equação 6}$$

Onde:

$$a = \frac{b}{2} \quad \text{Equação 7}$$

$$b = \alpha_e \cdot A_s \quad \text{Equação 8}$$

$$c = -\alpha_e \cdot A_s \cdot d \quad \text{Equação 9}$$

Substituindo os termos e fazendo a simplificação da equação, é obtida a Equação 10.

$$X_{II} = \frac{-(\alpha_e \cdot A_s) \pm \sqrt{(\alpha_e \cdot A_s)^2 + 2 \cdot b \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot d}}{b} \quad \text{Equação 10}$$

Após determinar a posição da linha neutra no estádio II, é possível determinar a inércia da seção através da Equação 11.

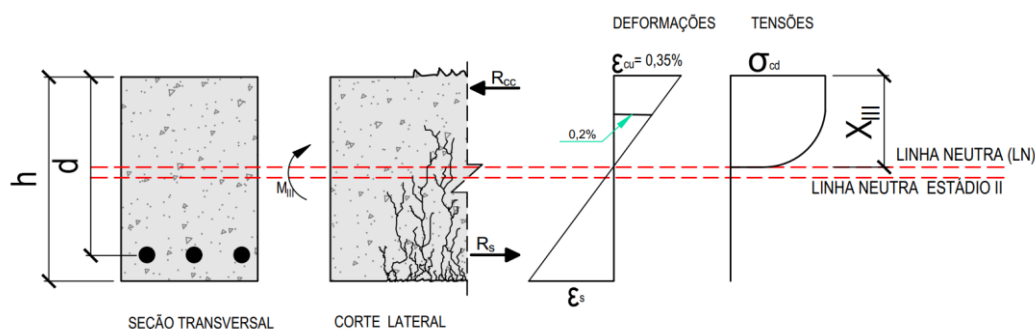
$$I_{II} = \frac{b \cdot X_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - X_{II})^2 \quad \text{Equação 11}$$

E por fim o estádio III, fase em que o concreto se encontra na iminência da ruptura e a região que foi submetida ao esforço de compressão se encontra plastificada. Quando o elemento está nessa fase, admite-se que as distribuições de tensão ocorrem em forma de uma parábola-retângulo (Figura 7), a NBR 6118:2014

permite a utilização de um digrama retangular equivalente (Figura 8) (PINHEIRO, 2007).

Concretos que possuem resistência característica à compressão (f_{ck}) de até 50 MPa, a sua região mais comprimida começa a plastificar no instante em que atinge a deformação específica de encurtamento do concreto de 0,2%. A deformação no concreto pode chegar até 0,35% (ϵ_{cu}), que é considerada a deformação última no concreto (ruptura), sem aumentar a tensão e o diagrama de tensão tende a ficar uniforme devido ao fato de que todas as fibras do concreto estão trabalhando no seu limite de tensão (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Figura 7 - Estádio III

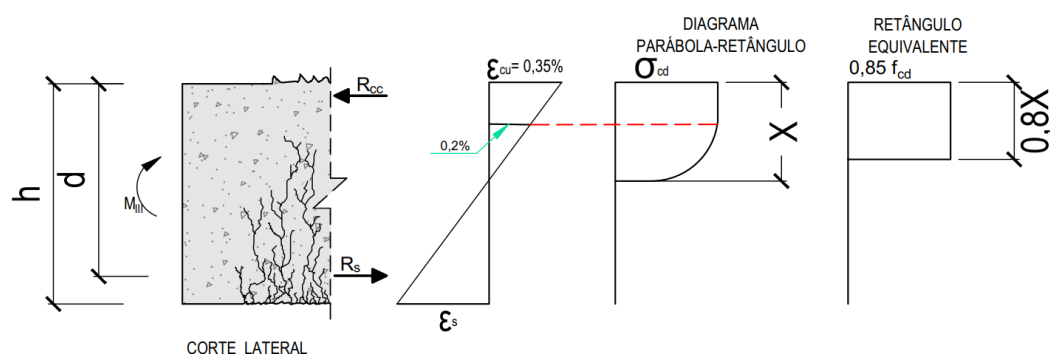


Fonte: Adaptado de PINHEIRO, 2007.

$\epsilon_{cu} = 0,35\%$ corresponde a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura e 0,2% corresponde à deformação específica de encurtamento do concreto no início plástico para concretos que possuem f_{ck} de até 50 MPa

A Figura 8 abaixo traz a representação do retângulo equivalente para concretos que possuem resistência característica à compressão de até 50 MPa.

Figura 8 - Retângulo equivalente



Fonte: Adaptado de PINHEIRO, 2007.

O dimensionamento dos elementos de concreto armado é realizado no estágio III, ou seja, os elementos são dimensionados considerando a ruína da peça, e de acordo com Carvalho e Filho (2014) se faz necessário o conhecimento da posição da linha neutra. Para concretos até C50 essa posição pode ser obtida fazendo o equilíbrio das seções (demonstrado na Equação 12).

$$M_{III} = (0,68 \cdot X_{III} \cdot d - 0,272 \cdot X_{III}^2) \cdot b \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 12}$$

Isolando X_{III} , obtêm-se a Equação 13, a qual possibilita determinar a posição da linha neutra na seção transversal.

$$X_{III} = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - (4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_{III}}{b \cdot f_{cd}}\right))}}{0,544} \quad \text{Equação 13}$$

Simplificando a equação, é obtida a Equação 14, representada abaixo.

$$X_{III} = 1,25 \cdot d \pm \sqrt{1,5625 \cdot d^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{M_{III}}{b \cdot f_{cd}}\right))} \quad \text{Equação 14}$$

M_{dIII} corresponde ao momento de cálculo, ou seja, o M_{III} deverá ser multiplicado por um coeficiente de ponderação (ver item 3.5.6.1).

3.3 Domínios de deformação

As estruturas em geral são dimensionadas para atender as condições do estado-limite último, ou seja, são dimensionadas considerando a ruína da sua seção transversal. O elemento pode entrar em colapso devido a dois fatores: a ruptura do concreto ou por deformações excessivas da armadura, assume-se que esse elemento veio à ruína quando a distribuição de tensões ao longo da sua seção transversal se enquadra em um dos domínios de deformação (ARAÚJO, 2014).

A ruptura no domínio 1 ocorre quando a força normal de tração não uniforme (flexo-tração) não está aplicada diretamente no centro de gravidade da seção transversal do elemento, quando isso ocorre, entende-se que existe uma excentricidade da força atuante em relação ao centroide. Nesse domínio não existem tensões provocadas por compressão (ARAÚJO, 2014; BASTOS, 2019).

A reta “a” no canto esquerdo da Figura 9 compreende uma situação em que o esforço solicitante é apenas de tração uniforme (tração simples), neste caso o centro de carga coincide com o centro geométrico da seção (BASTOS, 2019).

O domínio 2 corresponde aos casos em que ocorrem solicitações de flexão simples ou composta (acréscimo de esforços de tração ou de compressão), não ocorre ruptura devido ao esforço de compressão. Neste domínio tem-se grandes excentricidades das cargas e deformação máxima das armaduras (ε_s) de 1% e o limite da posição da linha neutra ($x_{lim,2}$) corresponde à $0,259 \cdot d$ (d corresponde à altura útil). (ARAÚJO, 2014; BASTOS, 2019; CARVALHO & FILHO, 2014).

O domínio 3 possui também casos de flexão simples ou compostas, grandes excentricidades das cargas, porém, nesse domínio a ruptura ocorre simultaneamente pelo esmagamento do concreto simultaneamente com o escoamento do aço. O alongamento do aço é maior ou igual a deformação limite de escoamento do aço (ε_{yd}), ou seja, ocorre o escoamento ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$) e a seção é considerada subarmada. Para casos que se tem o emprego do aço CA-50, ε_{yd} tem seu valor igual à 2,07‰ e $x_{lim,3} = 0,628 \cdot d$ (NBR 6118, 2014; ARAÚJO, 2014; BASTOS, 2019; CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

O domínio 4 é dividido em 2, sendo o primeiro denominado domínio 4 e o segundo 4a. O domínio 4 possui os mesmos casos que o domínio 3, entretanto, nessa situação não ocorre o escoamento do aço tracionado, ou seja, a deformação do aço é menor que a deformação limite de escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$) e a seção é considerada superarmada e $x_{lim,4} = d$. Já o domínio 4a tem solicitações de flexão composta com as armaduras trabalhando comprimidas, $x_{lim,4a} = h$ e nesse caso a solicitação de compressão possui pequena excentricidade (NBR 6118, 2014; ARAÚJO, 2014; BASTOS, 2019).

E por fim, o domínio 5 e a reta “b”, o domínio 5 corresponde aos casos de solicitações de compressão não uniforme, não existem tensões de tração e possui a

linha neutra fora da seção transversal. Já a reta “b” localizada ao lado deste domínio (Figura 9) caracteriza a solicitação de compressão uniforme (ARAÚJO, 2014).

Para facilitar a análise, abaixo será apresentado o Quadro 1 que demonstra os valores limites da linha neutra para cada domínio de deformação, como no domínio 3 é necessário que se conheça o tipo de aço empregado, será apresentado o valor limite com o uso do aço CA-50.

Quadro 1 - Limites da linha neutra

Domínio	Posição inicial da linha neutra	Posição limite da linha neutra
Reta a	$-\infty$	$-\infty$
1	$-\infty$	0
2	0	$0,259 \cdot d$
3	$0,259 \cdot d$	$0,628 \cdot d$
4	$0,628 \cdot d$	d
4 ^a	d	h
5	h	$+\infty$
Reta b	$+\infty$	$+\infty$

Fonte: Adaptado de CARVALHO; FILHO, 2014.

Cada domínio possui uma característica específica de ruína, quando existirem deformações excessivas da armadura que se encontra mais tracionada, ou seja, a deformação do aço atingir o valor de 1% o elemento pode estar no domínio 1 ou 2 (ARAÚJO, 2014).

Quando a fibra mais comprimida do concreto alcançar o valor limite de deformação, ocorrerá o esmagamento do concreto nas seções que estiverem parcialmente submetidas ao esforço de compressão e a peça poderá estar no domínio 3, 4 ou 4a (ARAÚJO, 2014).

O domínio 5 tem sua ruína caracterizada como a dos domínios 3, 4 e 4a, porém, o esmagamento do concreto nas seções totalmente comprimidas ocorrerá

quando a deformação na fibra que se encontra a uma distância de $\left(\left(\frac{\varepsilon_{cu}-\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}\right) \cdot h\right)$ da região mais comprimida atingir o valor da deformação específica de encurtamento do concreto no início plástico (ε_{c2}), e h corresponde à altura da seção transversal do elemento (ARAÚJO, 2014).

Antes de finalizar esse tópico é importante esclarecer o que são elementos considerados subarmados, normalmente armados e superarmados. Elementos que são denominados subarmados, possuem pequena taxa de armadura e vão à ruína no domínio 2, apresenta deformações excessivas das armaduras e não ocorre o esmagamento do concreto. Elementos que são subarmados são interessantes de serem utilizados, devido a sua ruptura ser considerada dúctil, ou seja, antes que o elemento venha a romper ele demonstra sinais de que a estrutura está com problemas (ARAÚJO, 2014).

Os elementos normalmente armados possuem o mesmo tipo de ruptura dos subarmados, entretanto, a ruína desse elemento ocorre no domínio 3, tendo o esmagamento do concreto e o aço terá $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$, ou seja, ocorrerá o escoamento do aço (ARAÚJO, 2014).

E por fim, os elementos superarmados, que são um tanto perigosos e devem ser evitados devido ao seu tipo de ruptura, que é caracterizada como ruptura frágil, ou seja, a estrutura tem uma ruptura brusca sem aviso prévio. Essas peças estão no domínio 4 e como o elemento possui excesso de aço, ele entra em colapso devido ao esmagamento do concreto, mas não ocorre o escoamento do aço (ARAÚJO, 2014).

A Figura 9, representa todos os domínios de estado-limite último apresentados acima.

$$0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m} \quad \text{Equação 16}$$

$$0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m} \quad \text{Equação 17}$$

No Quadro 2 abaixo pode ser observado algumas das possíveis combinações que atendem esses requisitos da NBR 9050:2020.

Quadro 2 - Combinações de Pisos X Espelhos

Critério a (m)	Critério b Piso (m)	Critério c Espelho (m)
0,63	0,28	0,175
0,64	0,28	0,180
0,65	0,28	0,185
0,63	0,29	0,170
0,64	0,29	0,175
0,65	0,29	0,180
0,63	0,30	0,165
0,64	0,30	0,170
0,65	0,30	0,175
0,63	0,31	0,160
0,64	0,31	0,165
0,65	0,31	0,170
0,64	0,32	0,160
0,65	0,32	0,165

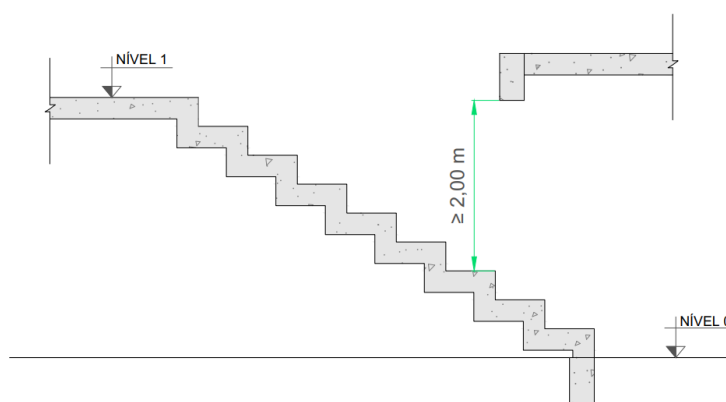
Fonte: Arquivo Próprio, 2022.

Os patamares devem ser utilizados todas as vezes em que ocorrer mudanças de direção, devendo manter a largura da escada (B_{esc}), e a cada 3,20 metros de desnível em relação ao piso. Eles devem, também, respeitar uma inclinação transversal máxima de 1% para escadas que se encontram dentro da edificação e 2% para escadas externas e por fim devem possuir uma dimensão longitudinal mínima de 1,20 metros (NBR 9050, ABNT, 2020).

Escadas que fazem parte de rota de fuga, ou seja, de saídas de emergências a sua largura mínima deverá ser dimensionada em função do pavimento que possuir o maior número de pessoas (IT-08, CBMMG, 2021).

De acordo com a NBR 9077:2001 a largura mínima a ser adotada para escadas que fazem parte da rota de fuga deve ser de 1,10 m para ocupações em geral, e no caso de locais como hospitais ou semelhantes que necessitem da passagem de macas, camas ou outros equipamentos, essa largura mínima passa ser de 2,20 m, e por fim as escadas devem ser dispostas de maneira que possa garantir uma altura mínima livre de 2,00 m como pode ser observado na Figura 10.

Figura 10 - Altura livre mínima



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.5 Estrutural

Nesta etapa será apresentado o dimensionamento do elemento no estado-limite último e as verificações no estado-limite de serviço.

3.5.1 Composição das cargas

O dimensionamento das estruturas deve ser realizado de forma que o elemento não sofra deformações excessivas e que não venham à ruína devido as cargas atuantes (LEET; UANG; ANNE, 2010).

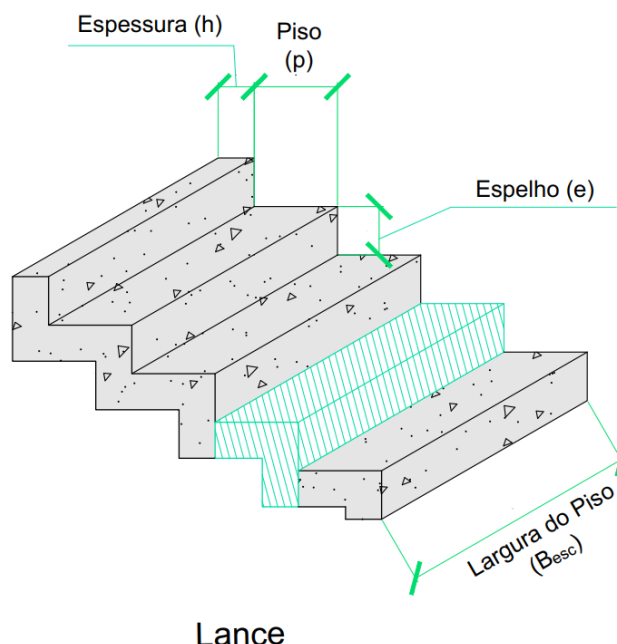
Ao determinar as prováveis cargas que atuarão no elemento, deve-se tomar bastante cuidado, uma vez que, as grandezas de cargas que são postas em normas (como por exemplo as sobrecargas, peso específicos e etc...) em grande quantidade dos casos são satisfatórias com a maioria dos projetos, entretanto, o projetista deve analisar e decidir as cargas que se aplicam a sua estrutura de acordo com o seu projeto (LEET; UANG; GILBERT, 2010).

3.5.1.1 *Peso próprio*

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), comumente admite-se que o peso próprio da estrutura está relacionado com a massa específica do material utilizado, no caso do concreto simples (sem aço) a massa específica adotada é de 2400 kgf/m e para o concreto armado (concreto + armadura passiva) ou protendido (concreto + armadura ativa) é de 2500 kgf/m³.

O peso próprio do lance da escada pode ser estimado de duas maneiras distintas. A primeira consiste em realizar o cálculo através da geometria do elemento conforme pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 - Peso próprio da escada



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Por esse método, para obter o peso próprio do elemento por unidade de comprimento, utiliza-se a Equação 18:

$$P_0 = (p + e) * h * \gamma * B_{esc} \quad \text{Equação 18}$$

(Unidade de força)

Transformando em carga linear distribuída por metro, obtêm-se a Equação 19.

$$g_{lance} = \frac{P_0}{p} \quad \text{Equação 19}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

Substituindo os termos, temos a equação final para determinação do peso próprio do lance, demonstrada na Equação 20.

$$g_{lance} = \frac{(p + e) * h * \gamma * B_{esc}}{p} \quad \text{Equação 20}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

Onde:

p : piso;

e : espelho;

h : espessura;

γ : peso específico do material;

B_{esc} : largura do piso.

A segunda forma de se determinar o peso próprio da escada é através de uma estimativa da espessura média do elemento com o uso da trigonometria.

Através deste método, para se obter o peso próprio por unidade de comprimento, inicialmente deve-se determinar a espessura média ($h_{méd}$) da escada, conforme a Equação 21.

$$h_{méd} = h + (tg(\alpha) \cdot h) \quad \text{Equação 21}$$

(unidade de comprimento)

A equação acima pode ser reescrita, substituindo tangente de *alpha* pela relação do espelho dividido pelo piso. Portanto, a Equação 21 para determinar o peso próprio da escada se torna a Equação 22:

$$g_{lance} = h_{méd} \cdot \gamma \cdot B_{esc} \quad \text{Equação 22}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

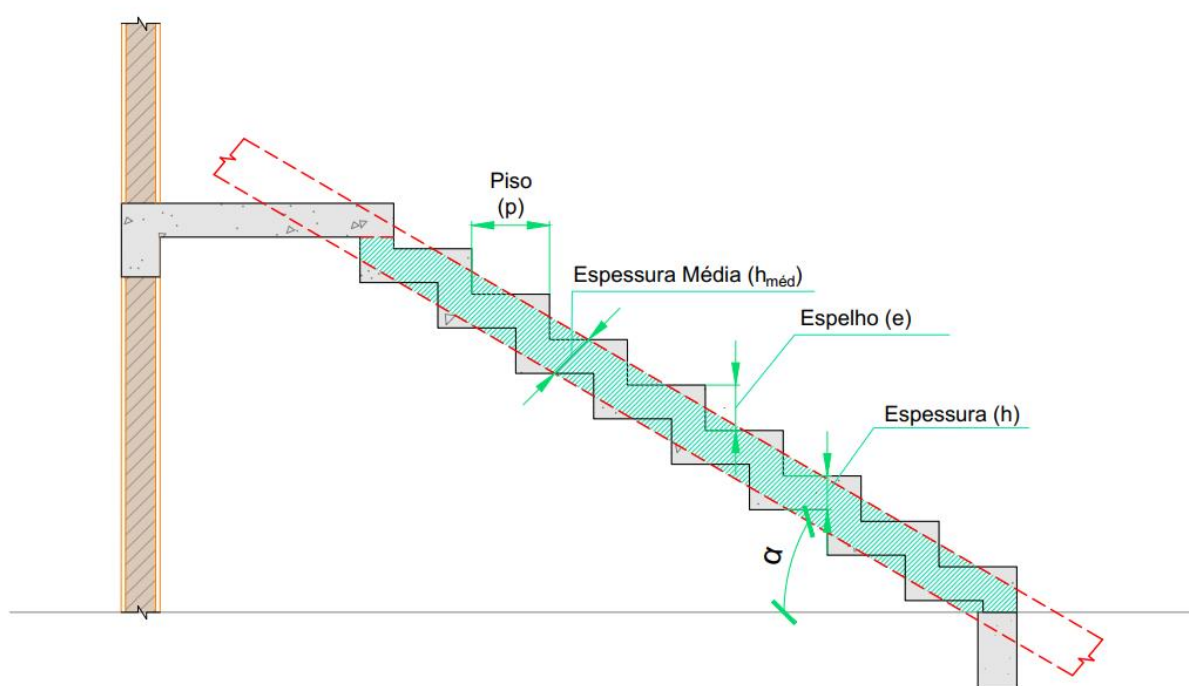
Substituindo os termos, temos a equação final para determinação do peso próprio do lance, conforme mostra a Equação 23.

$$g_{lance} = \left(h + \left(\frac{e}{p} \cdot h \right) \right) \cdot \gamma \cdot B_{esc} \quad \text{Equação 23}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

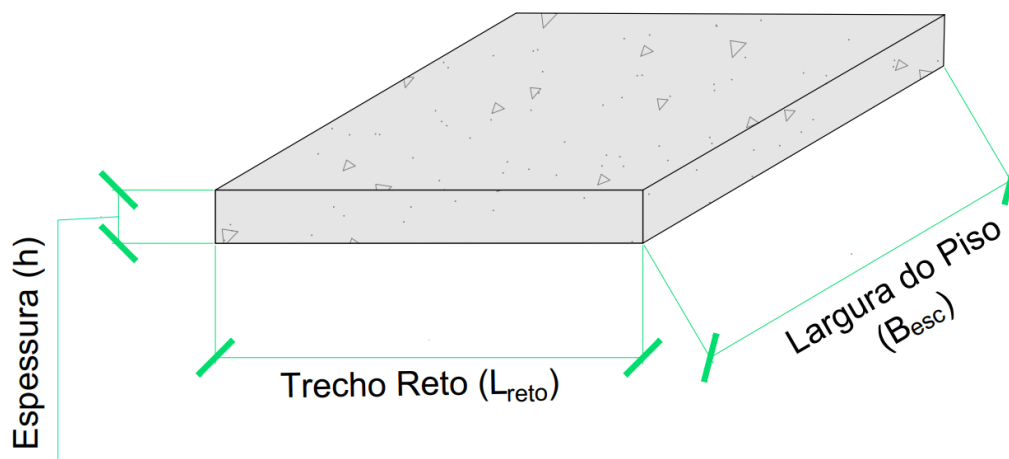
Com auxílio da Figura 12 abaixo é possível visualizar e compreender melhor o método citado acima.

Figura 12 - Espessura média



O peso próprio do patamar pode ser realizado semelhante ao de lajes. A Figura 13 abaixo traz a representação do elemento.

Figura 13 – Patamar



Patamar

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Para se obter o valor do peso próprio do patamar por unidade de comprimento, utiliza-se a Equação 24:

$$g_{pat} = \gamma \cdot h \cdot B_{esc} \quad \text{Equação 24}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

Onde:

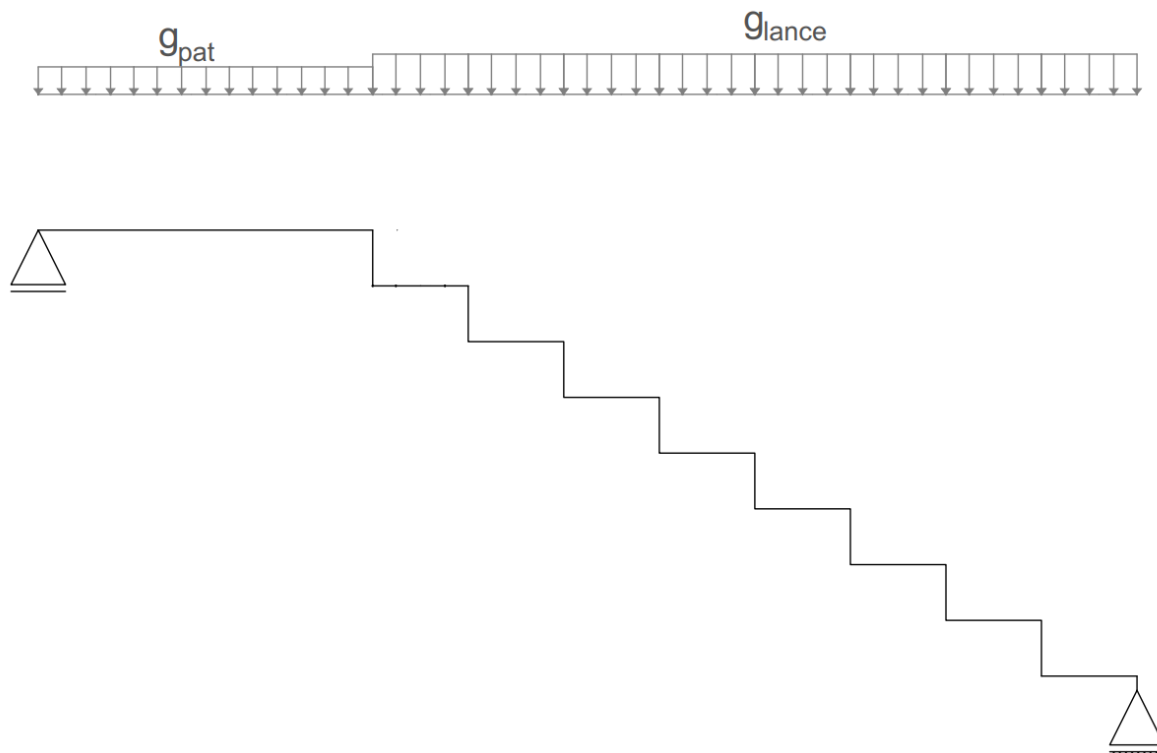
h : espessura;

γ : peso específico do material;

B_{esc} : largura do piso.

Na Figura 14 é representada o modelo esquemático (no plano) de como as cargas do peso próprio são distribuídas na escada.

Figura 14 - Distribuição de peso próprio



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.5.1.2 Revestimentos

Para definir o peso do revestimento deve-se analisar o tipo de material que será adotado, uma vez que o carregamento promovido pelo seu peso está relacionado ao peso específico do material escolhido (ARAÚJO, 2014).

O carregamento provocado pelo revestimento é considerado nas estruturas como uma carga vertical atuante que será distribuído ao longo da projeção horizontal da escada, em unidade de comprimento quadrado, porém, esse carregamento também pode ser dado por unidade de comprimento (ARAÚJO, 2014).

Em situações em que não existir um projeto com especificações detalhadas dos degraus da escada, pode-se optar em adotar um peso de $1,0 \text{ kN/m}^2$ para o revestimento do elemento (ARAÚJO, 2014).

O Quadro 3 abaixo, extraído da ABNT NBR 6120:2019 traz os valores para alguns tipos de revestimentos de pisos.

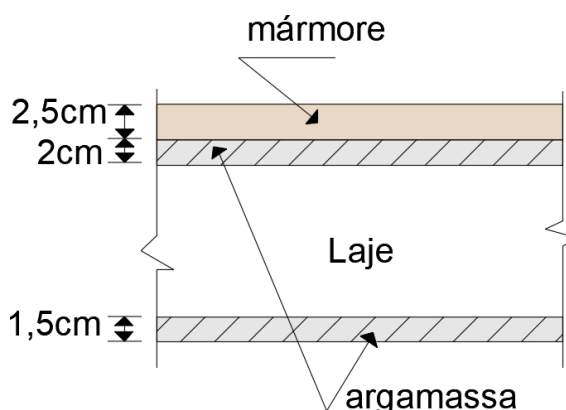
Quadro 3 - Revestimentos de pisos

Material	Espessura (cm)	Peso (kN/m ²)
Piso elevado interno com placas de aço, sem revestimento (até 30 cm de altura)	-	0,5
Piso elevado interno com placas de polipropileno, sem revestimento (até 30 cm de altura)	-	0,15
Revestimentos de pisos de edifícios residenciais e comerciais (γ_{ap-m}) = 20 kN/m ³)	5	1,0
	7	1,4
Revestimentos de pisos de edifícios industriais (γ_{ap-m} = 34 kN/m ³)	5	1,7
	7	2,4
γ_{ap-m} corresponde ao peso específico médio do material.		

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6120, 2019.

Em escadas sob laje o carregamento promovido pelo revestimento deve contemplar o peso do revestimento superior e inferior das faces da laje. Esse valor de carregamento está relacionado à escolha do material que irá revestir a escada (ver Figura 15) (ARAÚJO, 2014).

Figura 15 - Revestimento de escadas sob lajes

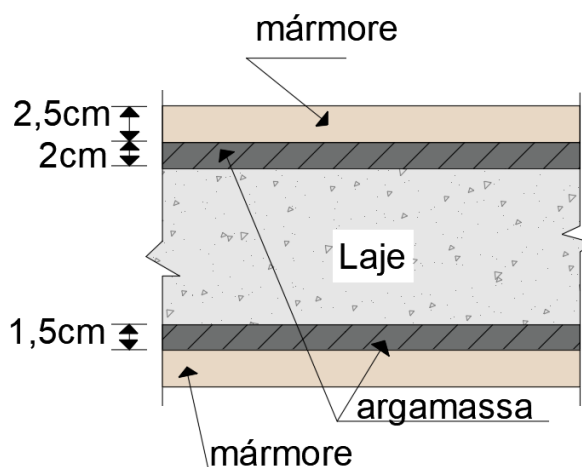


Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

No caso de escadas plissadas, o valor do revestimento deve incluir o peso da argamassa e do acabamento da face superior, inferior e laterais.

Na Figura 16 é representado o revestimento na face superior e inferior do elemento.

Figura 16 - Revestimento em escada plissada



Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

3.5.1.3 Guarda Corpo

O guarda corpo pode ser definido como um equipamento de segurança que tem por função proteger contra quedas inesperadas dos usuários que estão fazendo o uso da escada (NBR 6120, ABNT, 2019).

Quando se faz o uso de guarda corpos nas estruturas em situações em que se tem a escada sob vigas laterais inclinadas, não se faz necessário incluir o carregamento promovido pelo guarda corpo, uma vez que ele se encontra apoiado sob a viga, entretanto, em casos em que existem vigas que estão em balanço (uma das extremidades encontra-se livre) ou em outra condição em que não se tenha vigas laterais, deve-se considerar o peso do guarda corpo na composição de cargas da escada (ARAÚJO, 2014).

Já nos casos em que as escadas que terão sua armadura principal distribuída longitudinalmente ao longo da estrutura, o carregamento promovido pelo guarda corpo deverá ser convertido em um carregamento distribuído por unidade de área quadrada do elemento (ARAÚJO, 2014).

Essa transformação é realizada através da Equação 25, apresentada abaixo.

$$g_{\text{parapeito}} = \frac{\gamma \cdot H \cdot t}{B_{\text{esc}}} \quad \text{Equação 25}$$

(Unidade de força/unidade de área)

Sendo:

γ : equivale ao peso específico do material utilizado;

H : corresponde à altura do guarda corpo;

t : corresponde a espessura do material;

B_{esc} : corresponde a largura da escada.

Caso deseje o valor desse carregamento por unidade de comprimento, basta multiplicar a equação acima, pela largura da escada, obtendo-se a Equação 26.

$$g_{parapeito} = \gamma H t \quad \text{Equação 26}$$

(Unidade de força/unidade de comprimento)

Além da carga proveniente do peso próprio do guarda corpo, é necessário a aplicação de uma força horizontal atuante na estrutura, que deve ser considerada atuando no elemento a uma altura de 1,10 m acima do piso acabado e perpendicular ao eixo longitudinal da barreira (NBR 6120, ABNT, 2019).

A NBR 6120:1980 impunha que devia aplicar ao longo da estrutura do guarda corpo uma carga vertical com intensidade mínima de 2 kN/m e uma horizontal com intensidade de 0,8 kN/m, uma vez que esses carregamentos geram um acréscimo de momento na estrutura.

Com a atualização da ABNT NBR 6120 em 2019, ela altera os valores da força horizontal, que agora passam a ter valores que dependem do local onde será instalado o guarda corpo, conforme pode ser visto no Quadro 4.

Quadro 4 - Valores das forças horizontais aplicadas em guarda corpos conforme a NBR 6120:2019

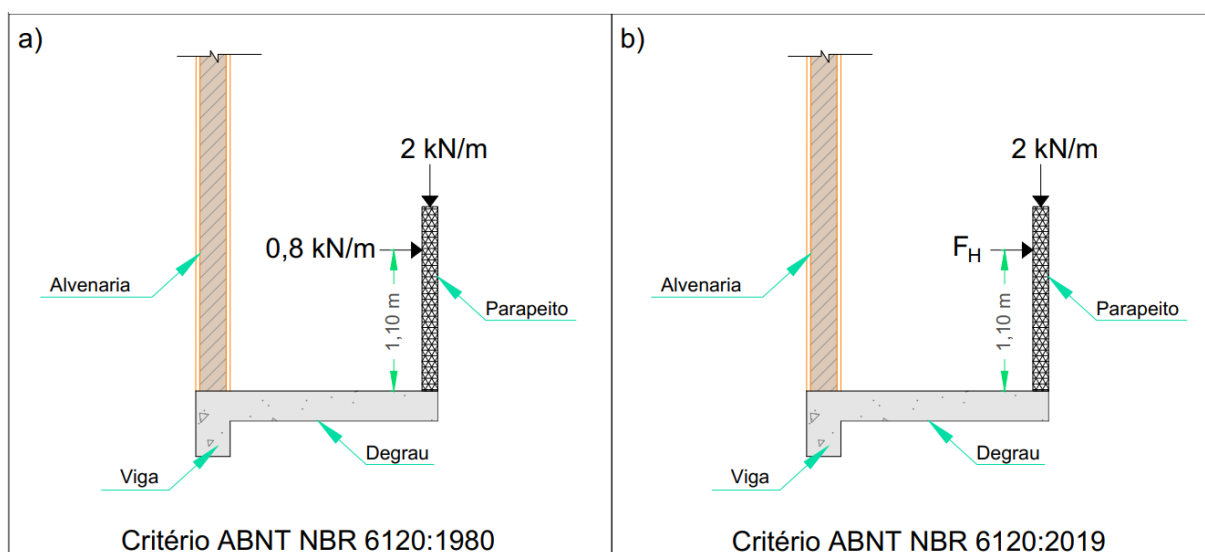
Localização da barreira	Força horizontal (kN/m)
Passarelas acessíveis apenas para inspeção e manutenção	0,4
Áreas privativas de unidades residenciais, escritórios, quartos de hotéis, quartos e enfermarias de hospitais Coberturas, terraços, passarelas etc. sem acesso público	1,0
Escadas privativas ou sem acesso público, escadas de emergência em edifícios	1,0

Escadas panorâmicas	2,0
Áreas com acesso público (exceto os casos descritos nos itens a seguir)	1,0 ^b
Zonas de fluxo de pessoas ^a em áreas de acesso público, barreiras paralelas à direção do fluxo das pessoas	2,0 ^b
Zonas de fluxo de pessoas ^a em áreas de acesso público, barreiras perpendiculares à direção do fluxo das pessoas	3,0 ^b
Áreas de possível acolhimento de multidões, galerias e shopping centers (exceto dentro das lojas), plataformas de passageiros	3,0 ^b
Arquibancadas, escadas, rampas e passarelas em locais de eventos esportivos NOTA: Por se tratar de projeto especial, é necessário consultar Normas específicas	2,0
Áreas de estoque (incluindo livros e documentos) e atividades industriais	2,0
^a Compreende todas as áreas com acesso público e delimitadas por barreiras destinadas ao tráfego de pessoas em fluxo direcionado, incluindo rampas, passarelas e escadas. ^b Para barreiras sujeitas a eventos extremos (como superlotação, manifestações, tumultos etc.), recomenda-se considerar uma força horizontal igual a no mínimo de 5,0 kN/m, aplicada da mesma forma que as forças.	

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6120, 2019.

Na Figura 17 estão representados os esquemas simplificados da atuação das cargas variáveis no guarda corpo de acordo com os critérios da NBR 6120:1980 e NBR 6120:2019.

Figura 17 - Forças aplicadas em um guarda corpo genérico



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.5.1.4 Sobrecarga (cargas variáveis)

De acordo com o item 6.2 da ABNT NBR 6120:2019 os elementos estruturais devem ser projetados para suportar não apenas as cargas permanentes, mas também devem resistir as cargas variáveis, cargas essas que devem ser consideradas como cargas quase-estáticas.

Nas escadas que possuem trechos com uma de suas extremidades livres, ou seja, um trecho em balanço, se faz necessário realizar a alternância das cargas, onde se utilizará os resultados dos piores casos para o dimensionamento (NBR 6120, ABNT, 2019).

Já em situações em que se possui degraus isolados em balanço ou biapoiados, é necessário realizar o dimensionamento do degrau considerando uma carga vertical concentrada de 2,5 kN que estará localizada na ponta do balanço caso a escada possua degraus em balanço ou então no meio do piso para escadas biapoiadas (NBR 6120, ABNT, 2019).

Ao aplicar a carga concentrada, é necessário realizar uma verificação separadamente, onde não serão consideradas as simultaneidades da carga variável uniformemente distribuída (NBR 6120, ABNT, 2019).

O Quadro 5, adaptado da ABNT NBR 6120:2019, traz os valores característicos nominais das cargas variáveis usuais para escadas e passarelas.

Quadro 5 - Valores característicos nominais das cargas variáveis

Local	Carga uniformemente distribuída (kN/m ²)
Hospitais	3
Residências, hotéis (dentro de unidades autônomas)	2,5
Residências, hotéis (uso comum)	3
Edifícios comerciais, clubes, escritórios, bibliotecas	3
Centros de Exposição	5
Centros de convenções e locais de reunião de pessoas, teatros, igrejas	5
Escolas	3

Cinemas, centros comerciais, <i>shopping centers</i>	4
Servindo arquibancadas	5
Com acesso público	3
Sem acesso público	2,5

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6120, 2019.

3.5.2 *Classificação das Ações*

Nesta etapa serão abordadas as definições e classificações das ações que podem atuar ou não na estrutura, sendo elas, as ações permanentes, variáveis e excepcionais.

3.5.2.1 *Permanentes*

As ações que são denominadas como permanentes são aquelas que atuam na estrutura durante quase toda vida útil do elemento com seu valor constante, ou seja, esse valor permanece sem variações ou terá variações extremamente pequenas que não são consideráveis (ARAÚJO, 2014).

As ações que aumentam sua intensidade durante o tempo e que tendem a um valor-limite, também são consideradas permanentes, uma vez que ao realizar análises dessas ações deve-se considerar os valores que provocam efeitos mais desfavoráveis na estrutura (NBR 6118, ABNT, 2014).

As ações permanentes podem ser classificadas como permanentes diretas ou indiretas. As ações que são consideradas diretas correspondem ao peso próprio do elemento, peso dos elementos construtivos que são fixos na construção, instalações definitivas, os empuxos de terra e outros materiais granulosos não removíveis (NBR 6118, ABNT, 2014).

Em situações que possuam instalações definitivas devem ser considerados os valores nominais que são impostos pelos fabricantes dos equipamentos ou Normas técnicas específicas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Já as ações permanentes indiretas que atuam na estrutura podem ser ocasionadas pelos recalques de apoio, retração e a fluência do concreto

(deformações), irregularidades geométricas dos pilares (globais e locais) e pela protensão (concreto protendido) (NBR 6118, ABNT, 2014).

3.5.2.2 Variáveis

Segundo a NBR 8681:2004 “consideram-se como ações variáveis as cargas acidentais das construções, bem como efeitos, tais como forças de frenação, de impacto e centrífuga, os efeitos do vento, das variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e, em geral, as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas”.

Essas ações ocorrem na estrutura com intensidades muito diferentes ao longo da vida útil da construção, de acordo com a probabilidade de ocorrência dessas ações, elas são definidas como variáveis normais ou especiais (ARAÚJO, 2014; NBR 8681, ABNT, 2004).

As ações variáveis normais são compostas pelas cargas acidentais, ou seja, são constituídas por cargas verticais, cargas móveis (inclusive o impacto vertical), impactos laterais, forças longitudinais provocadas pela ação de aceleração ou frenação de veículos e força centrífuga. Além das cargas acidentais se tem a ação do vento e da água (NBR 6118, ABNT, 2014).

As ações provocadas pelo vento e água devem ter uma análise mais pontual, respeitando as normas brasileiras específicas, sendo elas a ABNT NBR 6123 e ABNT NBR 8681, respectivamente (NBR 6118, ABNT, 2014).

Essas cargas quando dispostas na estrutura, devem estar na posição em que menos favorece o elemento em análise, uma vez que, ao colocá-las nesse local se terá os resultados dos maiores esforços atuantes, ressalvados os casos na qual se tenham simplificações permitidas por Normas Brasileiras específicas (NBR 6118, ABNT, 2014).

Já as cargas variáveis especiais são ações que possuem características específicas, como por exemplo, ações provocadas por sismos ou por cargas acidentais de natureza ou intensidades especiais, variações de temperaturas uniformes, não uniformes e ações dinâmicas (NBR 8681, ABNT, 2004; NBR 6118, ABNT, 2014).

3.5.2.3 *Excepcionais*

Essas ações também são caracterizadas pelo tempo de duração nas estruturas, as ações excepcionais ocorrem com uma duração muito curta e possuem uma probabilidade de ocorrência muito pequena, mas, apesar de possuírem pouca chance de ocorrer, elas devem ser consideradas nas estruturas, uma vez que a sua intensidade é muito elevada (ARAÚJO, 2014).

Elas são provocadas por fenômenos no qual não se tem o controle dos efeitos provocados, como por exemplo, os efeitos provocados por enchentes, explosões, choques de veículos, sismos excepcionais e incêndios (NBR 8681, ABNT, 2004).

Em situações de incêndio, pode-se considerar uma redução na resistência mecânica dos materiais que foram utilizados na construção, ao invés desse fenômeno ser analisado como ação excepcional (NBR 8681, ABNT, 2004).

Para determinar os valores usuais característicos das ações excepcionais, geralmente são realizados acordos entre o proprietário da obra e as autoridades competentes do local (ARAÚJO, 2014).

3.5.3 *Coeficientes de ponderação das ações*

Para realizar as combinações de ações últimas (item 3.5.4.1) e de serviço (item 3.5.4.2), utilizam-se os coeficientes de ponderação estabelecidos pela NBR 6118:2014.

3.5.3.1 *Estado-limite Último*

No item 11.7.1 da NBR 6118:2014 são apresentados dois quadros para os valores-base para a verificação dos coeficientes γ_{f1} , γ_{f3} e γ_{f2} .

Os coeficientes γ_{f1} , γ_{f2} e γ_{f3} equivalem às parcelas do coeficiente γ_f de ponderação de ações, γ_{f1} corresponde a parte que considera a variabilidade das ações, γ_{f2} equivale a parcela que leva em consideração a simultaneidade de atuação das ações e o γ_{f3} representa a parcela que considera os desvios gerados nas

construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações (NBR 6118, ABNT, 2014).

O Quadro 6, adaptado da NBR 6118:2014, traz os valores para o coeficiente γ_f , e no Quadro 7 pode ser obtido o valor do coeficiente ψ_0 que corresponde ao fator de redução de combinações para o estado-limite último. As observações com as letras “b” e “c” do quadro abaixo correspondem à edifícios residenciais e edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos respectivamente (NBR 6118, ABNT, 2014).

Quadro 6 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_1 - \gamma_3$

Combinações de ações	Ações			
	Permanentes (g)		Variáveis (q)	
	Desfavorável	Favorável	Geral	Temperatura
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0
^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.				

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

Quadro 7 – Coeficiente de redução para ações (ELU)

Ações		ψ_0
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

3.5.3.2 Estado-limite de serviço

No Quadro 8, adaptado também da NBR 6118:2014, podem ser obtidos os valores dos coeficientes ψ_1 e ψ_2 que correspondem ao fator de redução das combinações para o estado-limite de serviço.

Quadro 8 - Coeficiente de redução para ações (ELS)

Ações		ψ_1	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,5	0,3

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

De acordo com a NBR 6118:2014 o coeficiente de ponderação das ações para o estado-limite de serviço é dado através da Equação 27.

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad \text{Equação 27}$$

Sendo que o coeficiente γ_{f2} equivale a parte do coeficiente de ponderação γ_f , que leva em consideração a simultaneidade da atuação das ações, no estado-limite de serviço esse coeficiente tem seu valor variável de acordo com a verificação que será realizada (NBR 6118, ABNT, 2014).

No Quadro 9 são apresentados os valores deste coeficiente em relação ao tipo de verificação que será realizado.

Quadro 9 - Coeficiente γ_{f2}

Combinações de ações	$\gamma_f = \gamma_{f2}$
Raras	1
Frequentes	ψ_1
Quase permanentes	ψ_2

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

3.5.4 Combinações de ações

Para definir um carregamento atuante na estrutura é necessário realizar as combinações das ações que possuem a probabilidade não desprezível de ocorrência concomitante, durante um determinado tempo pré-estipulado (NBR 6118, ABNT, 2014).

Essas combinações devem ser realizadas de maneira em que se obtenha os efeitos que não são favoráveis para a estrutura. Elas podem ser divididas em 2 classes, a primeira em combinações últimas e a segunda em combinações de serviço, sendo que essas combinações são utilizadas para a verificação da segurança em relação ao estado-limite último e de serviço respectivamente (NBR 6118, ABNT, 2014).

3.5.4.1 Combinações últimas

Dentro de combinações últimas se tem três tipos de combinações, sendo elas normais, últimas especiais ou de construção e excepcionais. Para todas essas combinações, as ações permanentes devem ser contempladas (NBR 6118, ABNT, 2014; NBR 8681, ABNT, 2004).

Para as combinações últimas normais, em cada combinação realizada, uma das ações variáveis atuantes na estrutura deverá ser considerada como principal, onde ela não terá o seu valor majorado. Já as outras variáveis são definidas como secundárias e possuem o seu valor característico (F_k) reduzidos por um coeficiente ψ_0 (NBR 8681, ABNT, 2004).

As combinações últimas especiais ou de construção são utilizadas quando existirem ações variáveis especiais, neste caso, essas ações devem ser analisadas com o seu valor real e as demais ações variáveis devem ter os seus valores de acordo com as probabilidades de ocorrência da atuação simultânea com as ações especiais, em situações que elas não podem ser desprezadas (NBR 8681, ABNT,2004).

E por fim, as combinações últimas excepcionais, que são utilizadas quando se tem ações excepcionais. Essa combinação possui considerações para as demais ações variáveis muito parecidas com a anterior, o diferencial agora são que os seus valores deverão ser adotados de acordo com a grande probabilidade de ocorrência da atuação simultânea com as ações excepcionais (NBR 8681, ABNT,2004).

No Quadro 10 são apresentadas as combinações últimas usuais no estado-limite último.

Quadro 10 - Combinações de ações

Combinações últimas (ELU)	Cálculo das solicitações
Normais	$F_d = \sum_{j=1}^m \gamma_{g,j} F_{gk,j} + \gamma_{q,1} F_{qk,1} + \sum_{i=2}^n \gamma_{q,i} \psi_{0i} F_{qk,i}$ Equação 28
Especiais ou de construção	$F_d = \sum_{j=1}^m \gamma_{g,j} F_{gk,j} + \gamma_{q,1} F_{qk,1} + \sum_{i=2}^n \gamma_{q,i} \psi_{0i,ef} F_{qk,i}$ Equação 29
Excepcionais	$F_d = \sum_{j=1}^m \gamma_{g,j} F_{gk,j} + F_{q,exc} + \sum_{i=2}^n \gamma_{q,i} \psi_{0i,ef} F_{qk,i}$ Equação 30

Fonte: Adaptado NBR 6118, ABNT, 2014; ARAÚJO, 2014.

Sendo que:

F_d : valor de cálculo das ações (unidade de força);

$F_{gk,j}$: ações permanentes características;

$F_{qk,i}$: ações variáveis características;

$F_{qk,1}$: ação variável principal;

$\psi_{0i}F_{qk,i}$: valores reduzidos das ações variáveis secundárias;

ψ_0 : coeficiente de redução de ação (Quadro 7);

$\psi_{0i,ef}$: coeficiente de redução de ação variáveis secundárias especiais ou de construção;

$F_{q,exc}$: ação variável excepcional;

$\gamma_{g,j}$: coeficiente de ponderação de ação (Quadro 6).

Conforme pode ser visto no Quadro 10, as equações (Equação 28, Equação 29 e Equação 30) para as combinações de ações, são realizadas de acordo com o somatório das m ações permanentes características ($F_{gk,j}$) juntamente com a quantidade total n de ações variáveis ($F_{qk,i}$) (ARAÚJO, 2014).

3.5.4.2 Combinações de serviço

As combinações de serviço também são classificadas de três formas, sendo elas: as combinações de ações quase permanentes, frequentes e raras. Basicamente o que vai definir o tipo de combinação é o tempo da sua permanência na estrutura (NBR 6118, ABNT, 2014).

Ações que são classificadas como quase permanentes, são aquelas que podem atuar no decorrer de grande parte do tempo da vida útil da estrutura. Essas ações geralmente são utilizadas nas verificações do estado-limite de deformações excessivas e todas as ações variáveis deverão ser consideradas com seus valores característicos minorados ($\psi_2 F_{qk}$) (NBR 6118, ABNT, 2014).

Já as ações consideradas frequentes, são aquelas que vão se repetir diversas vezes no decorrer da vida útil da estrutura, na ordem de 10^5 vezes em um período de 50 anos. Nessa combinação a ação variável principal ($F_{qk,1}$) possui o seu valor característico minorado por ψ_1 ($\psi_1 F_{q1k}$), e todas as variáveis secundárias terão seus valores característicos minorados por ψ_2 ($\psi_2 F_{qk}$). O uso dessa combinação pode ser realizado quando for necessária a verificação do estado-limite de formação de

fissuras, de abertura de fissuras, vibrações excessivas e deformações excessivas (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

E por fim, as combinações raras são aquelas que podem ocorrer pouquíssimas vezes durante o tempo de vida útil da estrutura. Nessa combinação a ação variável principal ($F_{qk,1}$) possui o seu valor característico e as variáveis secundárias são minoradas por ψ_1 ($\psi_1 F_{qk}$). Essa combinação é realizada quando for necessária a verificação do estado-limite de formação de fissuras (NBR 6118, ABNT, 2014).

De modo a facilitar o entendimento dessas combinações, no Quadro 11 são demonstrados de maneira genérica as equações para realizar as combinações necessárias.

Quadro 11 - Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Cálculo das solicitações
Quase permanentes (CQP)	$F_{d,ser} = \sum_{j=1}^m F_{gk,j} + \sum_{i=2}^n \psi_{2i} F_{qk,i}$ Equação 31
Frequente (CF)	$F_{d,ser} = \sum_{j=1}^m F_{gk,j} + \psi_1 F_{qk,1} + \sum_{i=2}^n \psi_{2i} F_{qk,i}$ Equação 32
Raras (CR)	$F_{d,ser} = \sum_{j=1}^m F_{gk,j} + F_{qk,1} + \sum_{i=2}^n \psi_{1i} F_{qk,i}$ Equação 33

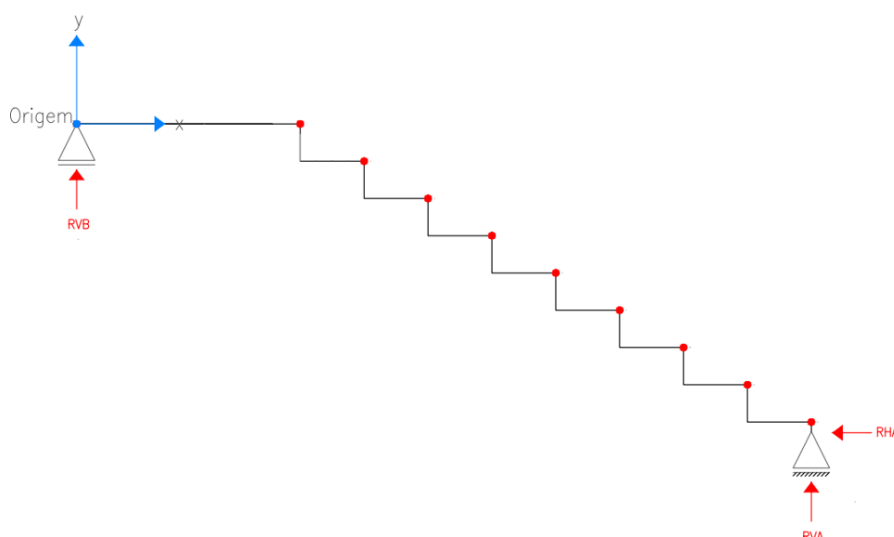
Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118, 2014; ARAÚJO, 2014.

Os valores dos coeficientes de redução ψ_2 e ψ_1 podem ser obtidos no Quadro 8, disposta na página 55 deste trabalho.

3.5.5 *Análise estrutural de escadas plissadas isostáticas em “u”*

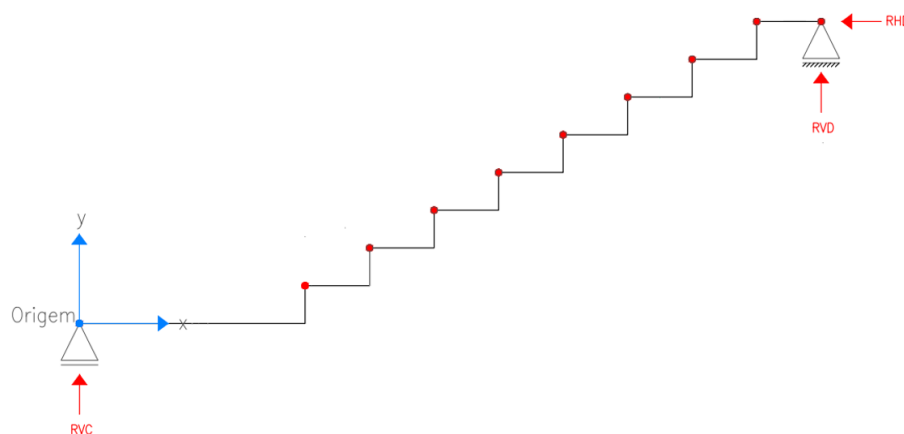
Antes de iniciar as análises estruturais, é necessário que sejam postas algumas condições iniciais para facilitar o entendimento do processo de cálculo como um todo. Para o desenvolvimento da análise estrutural, foram estabelecidos os pontos de origem. Tanto o primeiro quanto o segundo lance possuem seus pontos de origem no início do patamar, analisando da esquerda para a direita da estrutura (Figura 18 e Figura 19). O modelo estrutural adotado para o desenvolvimento dos cálculos consiste em um modelo isostático conforme pode ser visto nas figuras (Figura 18 e Figura 19).

Figura 18 - Modelo I (primeiro lance)



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 19 - Modelo II (segundo lance)



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

As estruturas isostáticas são definidas como estruturas estaticamente determinadas, uma vez que todas as forças e/ou momentos aplicados podem ser determinados a partir das equações de equilíbrio (HIBBELER, 2013).

A grande maioria das estruturas são analisadas em um único plano, com isso, pode-se utilizar três equações de equilíbrio apresentadas abaixo (Equação 34, Equação 35 e Equação 36) para determinar as reações de apoio da estrutura (HIBBELER, 2013).

$$\sum F_x = 0 \quad \text{Equação 34}$$

(Unidade de força)

$$\sum F_y = 0 \quad \text{Equação 35}$$

(Unidade de força)

$$\sum M_0 = 0 \quad \text{Equação 36}$$

(Unidade de força · unidade de comprimento)

A Equação 34 e Equação 35 representam a soma algébrica de todas as forças atuantes nas direções x e y, respectivamente, e a Equação 36 representa a soma algébrica dos momentos atuantes provocados pelas forças ou por momentos aplicados na estrutura em torno de um eixo (HIBBELER, 2013).

A partir das equações de equilíbrio é possível determinar as reações de apoio da estrutura, e, conseqüentemente a obtenção dos esforços internos (força normal, esforço cortante e momento fletor) atuantes em cada ponto do elemento estrutural (HIBBELER, 2013).

Para obter os valores das reações de apoio do primeiro lance, para a reação *RVA* (Equação 37), inicialmente se faz o somatório de momentos na origem (Equação 36), logo em seguida o somatório de forças em x e y (Equação 35 e Equação 36) para obter os valores de *RHA* e *RVB*.

$$RVA = \frac{\left(F_{d,pat} \cdot L_{reto} \cdot \frac{L_{reto}}{2}\right) + \left(F_{d,lance} \cdot L_{inc} \left(\frac{L_{inc}}{2} + L_{reto}\right)\right)}{L_{total}} \quad \text{Equação 37}$$

(Unidade de força)

O valor de L_{reto} corresponde ao comprimento do patamar, $F_{d,pat}$ e $F_{d,lance}$ são os valores dos carregamentos atuantes no patamar e lance obtidos pelas combinações de ações normais respectivamente, L_{total} é a soma de L_{reto} e L_{inc} , e L_{inc} corresponde a projeção horizontal do lance inclinado, que pode ser obtido conforme a Equação 38.

$$L_{inc} = n_{pisos} \cdot p \quad \text{Equação 38}$$

(unidade de comprimento)

Sendo que n_{pisos} corresponde a quantidade de pisos total da escada e p é a largura de cada piso.

Como a escada analisada no trabalho não possui forças atuando na horizontal, utilizando a Equação 34 se tem que $RHA = 0$.

E por fim, realizando o equilíbrio das forças em y (Equação 35) é possível determinar o valor da reação vertical B (RVB) com a Equação 39.

$$RVB = (F_{d,pat} \cdot L_{reto}) + (F_{d,lance} \cdot L_{inc}) - RVA \quad \text{Equação 39}$$

(Unidade de força)

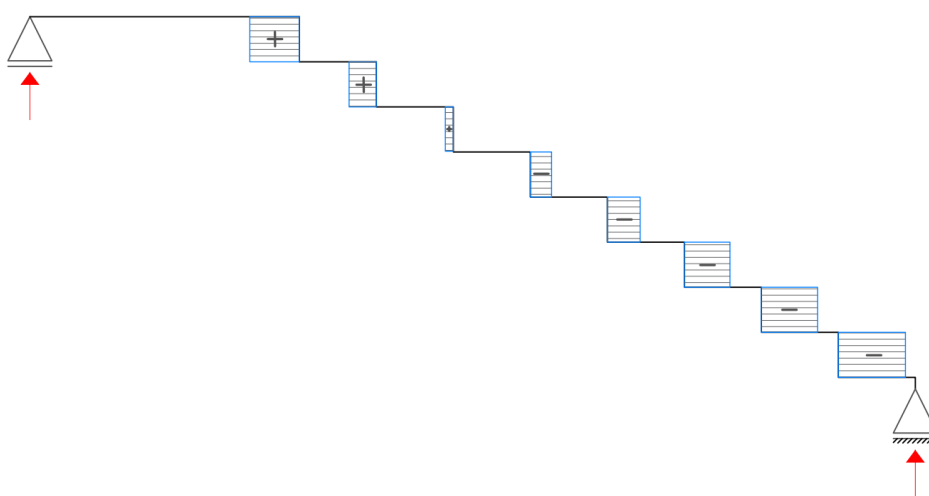
Para obter os valores das reações de apoio do segundo lance da escada, o cálculo é feito de maneira análoga ao do primeiro. Após determinar todas as reações de apoio é possível determinar os esforços internos.

Os esforços internos (normais, cortante e momento fletor) dependem do ponto analisado, ou seja, os valores desses esforços variam de acordo com o ponto de interesse (ALMEIDA, 2009).

Carregamentos que atuam no sentido do eixo analisado são denominados como axiais, carregamentos esses, que são responsáveis pela ocorrência de esforços normais (ALMEIDA, 2009).

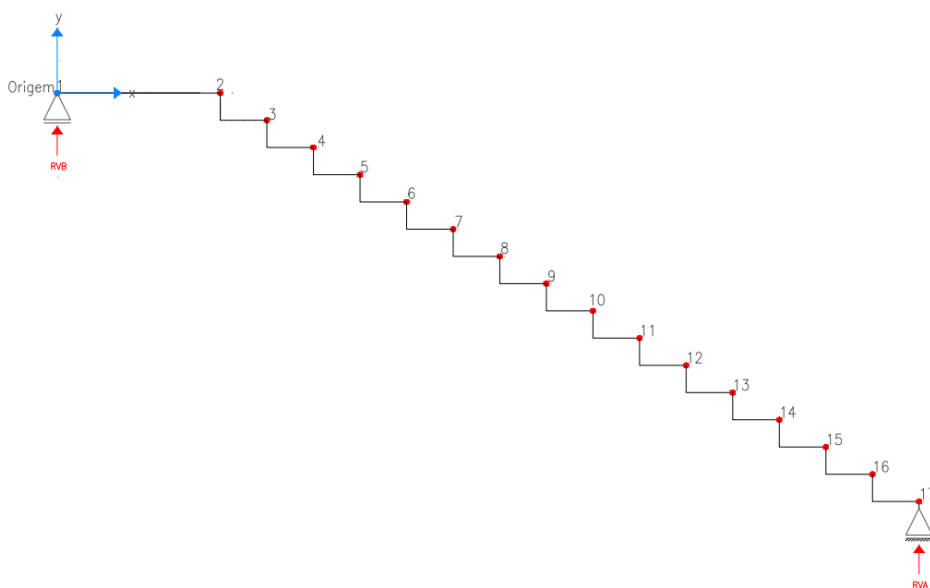
Os esforços normais presentes na escada vão atuar nos espelhos, em determinados trechos comprimindo (-) e em outros tracionando (+) (Figura 20). A Figura 21 possui pontos vermelhos enumerados de 1 a 17 que servem como referências para os limites estabelecidos, ou seja, a análise será feita no início e fim de cada piso/patamar. A Figura 22 representa a forma que será analisada cada seção, ou seja, será sempre feita “olhando” pela esquerda. Essa análise deve ser realizada separadamente em cada lance da escada.

Figura 20 - Exemplo genérico de um diagrama de esforço normal



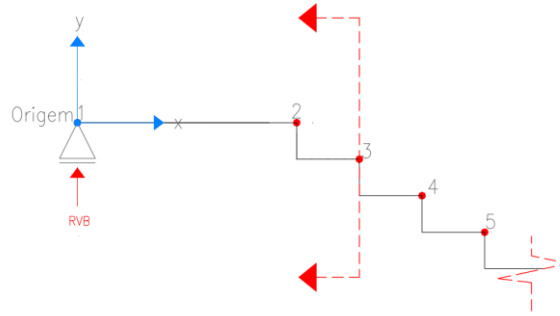
Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 21 - Limites



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 22 - Análise



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Trecho 1, $\Delta_1 = 0$ (distância do ponto em relação a origem)

$$N_{d0} = 0 \quad \text{Equação 40}$$

(Unidade de força)

Trecho 2, $\Delta_2 = L_{reto}$

$$N_{d1} = RVB - F_{d,pat} \cdot L_{reto} \quad \text{Equação 41}$$

(Unidade de força)

Trecho 3, $\Delta_3 = L_{reto} + p$

$$N_{d2} = RVB - (F_{d,pat} \cdot L_{reto}) - (F_{d,lance} \cdot p) \quad \text{Equação 42}$$

(Unidade de força)

Trecho 4, $\Delta_4 = L_{reto} + (2 \cdot p)$

$$N_{d3} = RVB - (F_{d,pat} \cdot L_{reto}) - (F_{d,lance} \cdot 2p) \quad \text{Equação 43}$$

(Unidade de força)

Trecho m , $\Delta_m = L_{reto} + (n \cdot p)$

$$N_{dm} = RVB - (F_{d,pat} \cdot L_{reto}) - (F_{d,lance} \cdot (n \cdot p)) \quad \text{Equação 44}$$

(Unidade de força)

Para o caso da escada estudada com cargas usuais (situação rotineira), a tração promovida pelo esforço Normal pode ser desprezada devido ao fato de o momento fletor gerar esforços muito maiores quando comparados, já a compressão é desprezada devida a alta resistência do concreto à compressão e os baixos resultados promovidos por esse esforço. Para o caso da compressão basta realizar uma análise simples, na qual será constatado que a resistência do concreto é muito maior que a tensão normal de compressão atuante (NBR 6118, ABNT, 2014; HIBBELER, 2013).

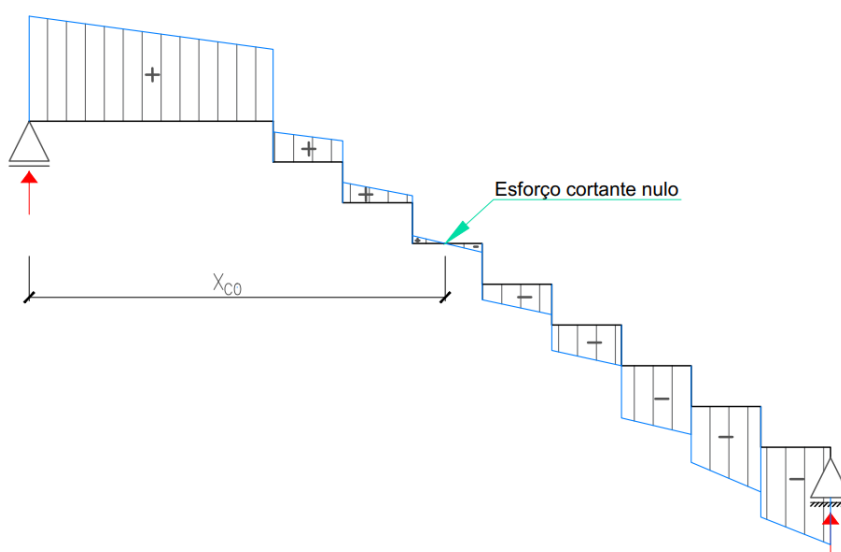
$$\left(\sigma_{cc} = \frac{F_{ck}}{\gamma_c}\right) > \left(\sigma_N = \frac{N_d}{(B_{esc} \cdot e)}\right) \quad \text{Equação 45}$$

(Unidade de força/área)

Já os carregamentos que estão dispostos transversalmente em relação ao eixo analisado, provocam esforços internos de momento fletor e esforço cortante nas estruturas (ALMEIDA, 2009).

A análise dos esforços cortantes é realizada de maneira análoga ao dos normais, mas, agora, partes dos pisos trabalharão comprimidos (-) e outros tracionados e esse comportamento também é responsável por gerar tensões de cisalhamento nos elementos (HIBBELER, 2013).

Figura 23 - Exemplo genérico de um diagrama de esforço cortante



Outro ponto importante da análise do esforço cortante, é o ponto em que ele é nulo (Figura 23), pois nele se terá o valor de máximo momento fletor atuando na estrutura isostática. Para determinar a posição desse ponto, basta analisar dois pontos, pontos esses em que um estará comprimido (-) e o outro tracionado (+). A Equação 46 abaixo permite encontrar essa posição.

$$X_{C0} = \left(\frac{v_{positivo} \cdot p}{v_{positivo} + v_{negativo}} \right) + \Delta_{positivo} \quad \text{Equação 46}$$

(Unidade de comprimento)

Onde:

$v_{positivo}$: ponto tracionado (valor do cortante positivo);

$v_{negativo}$: ponto comprimido (valor do cortante negativo);

p : largura do piso;

$\Delta_{positivo}$: distância do ponto tracionado em relação a origem.

E por fim, o momento fletor, que é responsável por provocar flexão no elemento. Esse esforço também possui variação na sua intensidade em cada ponto analisado, da mesma forma que os outros esforços, mas, para o dimensionamento estrutural adota-se o seu valor máximo de cálculo ($M_{d,m\acute{a}x}$) que pode ser obtido através da Equação 47.

$$M_{d,m\acute{a}x} = t_1 + t_2 + t_3 \quad \text{Equação 47}$$

(Unidade de força · unidade de comprimento)

Sendo que:

$$t_1 = RVB \cdot X_{C0} \quad \text{Equação 48}$$

$$t_2 = F_{d,pat} \cdot \left(X_{C0} - \frac{L_{reto}}{2} \right) \cdot L_{reto} \quad \text{Equação 49}$$

$$t_3 = F_{d,lance} \cdot (X_{C0} - L_{reto}) \cdot \left(X_{C0} - \frac{L_{reto}}{2} \right) \quad \text{Equação 50}$$

Onde:

t_1 : momento provocado pela reação de apoio até a posição X_{C0} ;

t_2 : momento gerado pelo carregamento atuante no patamar até a posição X_{C0} ;

t_3 : momento causado pelo carregamento atuante no lance até a posição X_{C0} .

De acordo com Araújo (2014), se o carregamento adotado for constante em toda escada (patamar e lance), o máximo momento atuante de cálculo pode ser considerado conforme a Equação 51, essa consideração é válida devido ao fato do esforço cortante nulo ocorrer no meio do vão.

$$M_{d,m\acute{a}x} = \frac{F_d \cdot L_{tot}^2}{8} \quad \text{Equação 51}$$

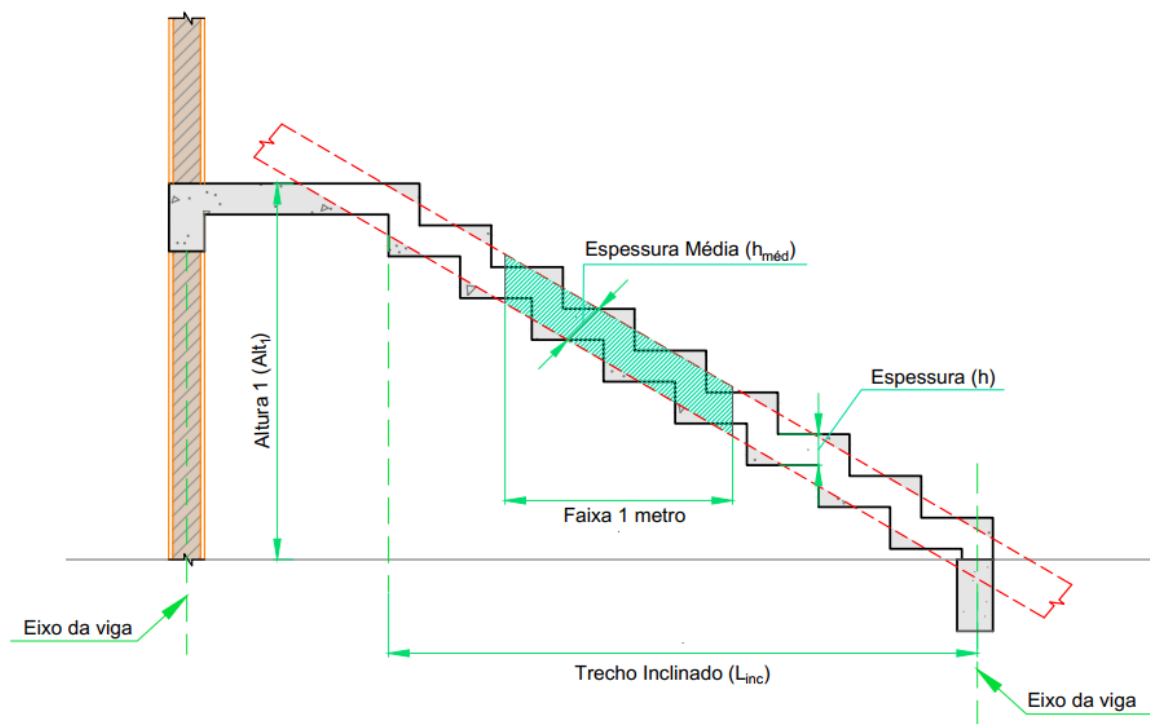
(Unidade de força · unidade de comprimento)

3.5.6 Estado-Limite Último

O estado-limite último é decretado quando ocorre a paralisação da estrutura em uma parte ou em toda sua extensão, ou seja, esse estado-limite está relacionado à ruína da estrutura (NBR 6118, ABNT, 2014; NBR 8681, ABNT, 2004).

Neste item serão apresentadas as verificações e considerações necessárias para o dimensionamento de escada plissada no estado-limite último com o emprego de concretos até C50, mas, antes de apresentar os critérios, a Figura 24 representa a faixa de 1 metro na qual será realizado o dimensionamento, ou seja, o dimensionamento será realizado por faixas de um metro e replicado para o restante, conforme pode ser visto abaixo.

Figura 24 - Faixa de um metro



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

3.5.6.1 Critérios de projeto que visam a qualidade da estrutura

Um dos principais parâmetros que deve ser muito bem definido no momento da elaboração do projeto, é o cobrimento mínimo, uma vez que, a durabilidade das estruturas de concreto armado é dependente das características do concreto adotado e da qualidade do cobrimento (ARAÚJO, 2014).

Quando se pensa em qualidade do concreto, logo nos vem em mente a sua resistência característica à compressão, mas o que muitas vezes passa despercebido é o limite estabelecido pela NBR 6118:2014 da relação água/cimento. A norma estabelece esse limite devido ao fato de que, quanto maior a quantidade de água, maior será a porosidade do concreto, e conseqüentemente, quanto mais poros, maior será a velocidade de carbonatação da estrutura (deve-se levar em consideração outros fatores, como por exemplo o tipo de ambiente na qual está localizada a estrutura) (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Para determinar qual o cobrimento nominal mínimo de projeto, qual resistência característica do concreto (f_{ck}) ou a relação água cimento, o primeiro

passo consiste em analisar em qual classe de agressividade ambiental a estrutura se encontra. Conforme pode ser observado no Quadro 12, as classes de agressividade são divididas em 4, que vão de fraca até muito forte, cada classe tem um determinado tipo de risco de deterioração da estrutura e o tipo de ambiente. (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Quadro 12 - Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial (ambientes quimicamente agressivos)	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: NBR 6118, ABNT, 2014.

De acordo com a NBR 6118:2014, para as estruturas localizadas em ambientes de caráter urbano, marinho e industrial “pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura)”, ou seja, a norma permite que se trabalhe com uma classe mais leve em relação à adotada para regiões internas das edificações.

Outra redução da classe de agressividade que a norma admite está relacionada também a projetos em ambientes urbanos e industriais. A NBR 6118:2014 permite que se adote uma classe de agressividade mais branda para construções em regiões que possuem umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, ou seja, em locais

que possuem o seu clima predominantemente seco, ou em situações que a estrutura possua alguma de suas partes protegidas da chuva.

Após determinar em qual classe de agressividade a estrutura se encontra, é possível determinar a relação água/cimento e a resistência característica mínima de projeto utilizando o Quadro 13.

Quadro 13 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto armado

Concreto	Classe de agressividade ambiental (CAA)			
	I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
Classe do concreto (ABNT NBR 8953)	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

E por fim, a escolha do cobrimento mínimo da armadura (c_{min}), o qual deverá ser adotado para o projeto, e também, deve levar em consideração as condições impostas pela NBR 6118:2014.

De acordo com a NBR 6118:2014 é necessário que se garanta o cobrimento mínimo, portanto, o projeto e a execução devem levar em conta um cobrimento nominal (c_{nom}), cobrimento esse que corresponde ao (c_{min}) acrescido por uma tolerância de execução (Δ_c). O valor de (Δ_c) está relacionado ao controle de qualidade da obra, ou seja, obras que possuem um controle rigoroso possuem (Δ_c) = 5 mm e as demais obras (Δ_c) = 10 mm (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Os cobrimentos nominais devem sempre ser maior ou igual ao diâmetro da armadura externa (estribo). No Quadro 14 estão representados os valores mínimos de cobrimento nominal mais usuais, que leva em consideração (Δ_c) = 10 mm. Como o elemento de estudo desse trabalho consiste em uma escada, os tipos de componente que são interessantes de ser conhecidos neste momento são os cobrimentos mínimos nominais de vigas e lajes (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Da mesma forma que a norma permite reduções das classes de agressividade ambiental, ela permite para o cobrimento mínimo nominal. Caso se

adote um f_{ck} maior que o estabelecido no Quadro 13, pode-se reduzir o cobrimento mínimo em até 5 mm. E para o caso de lajes que possuem revestimento na sua face superior (Figura 15) pode-se adotar um cobrimento nominal maior ou igual a 15 mm (respeitando a condição $c_{nom} \geq \phi_{Barra}$) (NBR 6118, ABNT, 2014).

Quadro 14 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta_c = 10 \text{ mm}$

Componente ou elemento	Classe de agressividade			
	I	II	III	IV
	Cobrimento nominal (mm)			
Laje	20	25	35	45
Viga	25	30	40	50

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

3.5.6.2 Coeficientes de ponderação das resistências

De acordo com a NBR 6118:2014 as resistências devem ser minoradas e as ações majoradas pelo coeficiente γ_m que pode ser calculado pela seguinte equação:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3}$$

Equação 52

Onde:

γ_{m1} : corresponde a variabilidade da resistência dos materiais;

γ_{m2} : considera a diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura;

γ_{m3} : leva em consideração os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto.

A NBR 6118:2014 complementa impondo que em casos em que se possui a execução de elementos estruturais em que estejam previstas situações que são desfavoráveis para a estrutura (por exemplo, situações em que se possua o adensamento manual) e obras de pequena importância que possuam o emprego do aço CA-25, o coeficiente γ_c deverá ter um acréscimo de 10% no seu valor.

No Quadro 15 são mostrados os valores dos coeficientes de ponderação da resistência.

Quadro 15 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,00

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

3.5.6.3 Dimensionamento à flexão

Com o dimensionamento à flexão é possível determinar a área de aço necessária para que o elemento resista aos esforços solicitantes de cálculo. Esse dimensionamento consiste em realizar o equilíbrio das forças atuantes na seção e é feito por faixas de 1 metro e replicado para o restante do comprimento da estrutura (CARVALHO & FILHO, 2014).

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a área de aço para a armadura principal positiva para faixas de metro pode ser calculada conforme a Equação 53.

$$A_{s,p} = \frac{M_{d,máx}}{B_{esc} \cdot 100 \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad \text{Equação 53}$$

(cm^2/m)

Sendo que:

$$x = 1,25 \cdot d \pm \sqrt{1,5625 \cdot d^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{M_{d,m\acute{a}x}}{100 \cdot f_{cd}}\right))} \quad \text{Equação 54}$$

(cm)

Para determinar a altura útil da seção (d) deve-se subtrair da altura total do elemento o cobrimento e metade do diâmetro da armadura principal conforme a Equação 55. (ARAÚJO, 2014).

$$d = h - c_{nom} - \frac{\emptyset_p}{2} \quad \text{Equação 55}$$

(unidade de comprimento)

Onde:

$M_{d,m\acute{a}x}$: momento máximo de cálculo na seção ($kN \cdot cm$);

B_{esc} : largura da escada (m);

100: corresponde à 100 cm (faixa de um metro) no qual se realiza o dimensionamento;

f_{yd} : resistência do aço reduzida pelo seu coeficiente de ponderação ($\frac{kN}{cm^2}$);

f_{cd} : resistência do concreto reduzido pelo seu coeficiente de ponderação ($\frac{kN}{cm^2}$);

d : altura útil da seção (Equação 55) (cm);

x : posição da linha neutra no estádio III (cm) (Equação 14 com o valor de $b = 100 \text{ cm}$ devido o dimensionamento ser realizado para faixas de 1 metro)

$\emptyset_p$: diâmetro da armadura principal;

c_{nom} : cobrimento da armadura.

De acordo com a NBR 6118:2014 a relação x/d deve ser menor ou igual a 0,45 para concretos de resistência característica à compressão de até 50 MPa, para que os elementos estruturais tenham um comportamento dúctil.

Após a determinação da área de aço principal é necessário que seja calculada uma área de aço mínima tracionada ($A_{s,min}$) para prevenir a ruptura brusca

da seção quando ocorre a mudança do Estádio I para o Estádio II. Caso $A_{s,min}$ seja maior que $A_{s,p}$, utiliza-se o valor de $A_{s,min}$ (ARAÚJO, 2014).

Para o dimensionamento dessa armadura é realizado o cálculo considerando um momento fletor mínimo atuante que pode ser obtido através da Equação 56, que deve ter no mínimo uma taxa absoluta de 0,15% da área de concreto da seção bruta (NBR 6118, ABNT, 2014).

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad \text{Equação 56}$$

(unidade de força · comprimento)

Onde:

W_0 : corresponde ao módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada e pode ser calculado pela Equação 57

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t} \quad \text{Equação 57}$$

(unidade de comprimento³)

Sendo:

I_c : momento de inércia da seção bruta;

y_t : distância da linha neutra até a fibra mais tracionada da seção;

$f_{ctk,sup}$: é a resistência característica superior do concreto à tração, calculada pela Equação 58.

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad \text{Equação 58}$$

(MPa)

Onde:

Para concretos do grupo 1, $f_{ct,m}$ será determinado pela Equação 59.

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad \text{Equação 59}$$

(MPa)

Sendo que o f_{ck} corresponde à resistência característica do concreto à compressão. Ao obter o valor de $M_{d,min}$, pode-se obter a área de aço mínima através da Equação 60.

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{b_{esc} \cdot 100 \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad \text{Equação 60}$$

(cm^2/m)

Onde:

$M_{d,min}$: momento de cálculo mínimo ($kN \cdot cm$);

b_{esc} : largura da escada (m);

f_{yd} : resistência do aço reduzida pelo seu coeficiente de ponderação $\left(\frac{kN}{cm^2}\right)$;

d : altura útil da seção (Equação 55) (cm);

x : posição da linha neutra no estádio III (cm) (Equação 14 com o valor de $b = 100 \text{ cm}$ devido o dimensionamento ser realizado por faixas de 1 metro)

A NBR 6118:2014 apresenta valores pré-definidos para a armadura mínima considerando o uso de aço CA-50, relação $d/h = 0,8$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$, valores estes apresentados no Quadro 16.

Quadro 16: Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da Seção	Valores de $\rho_{min} (A_{s,min}/A_c)$ %						
	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208

Fonte: Adaptado, NBR 6118:2014.

Com esse método a equação para determinar a área de aço mínima será:

$$A_{s,min} = \frac{(\rho_{min} \cdot 100 \cdot h)}{B_{esc}} \quad \text{Equação 61}$$

(cm^2/m)

Onde:

100: faixa de 1 metro no qual é realizado o dimensionamento (cm);

h : espessura da escada (cm);

B_{esc} : largura da escada (m);

ρ_{min} : taxa de armadura (adimensional).

Para a armadura principal negativa, o cálculo é realizado de maneira análoga ao da armadura principal, como nesse tipo de elemento geralmente os esforços de momento fletor negativos são nulos (biapoiadas isostáticas) ou muito pequenos quando comparados ao momento positivo (biapoiadas hiperestática ou devido à ligação da escada com o piso ocorrendo um pequeno engastamento), frequentemente a armadura mínima é suficiente, mas, para que não ocorra erro de inversão na execução pode-se padronizar com a armadura principal positiva (ARAÚJO,2014).

E por fim, de acordo com a NBR 6118:2014 além das armaduras principais é necessário o uso de armaduras secundárias. Para o dimensionamento da escada pode-se adotar o mesmo critério de lajes, ou seja:

$$A_{s,sec} \geq \begin{cases} 0,2 \cdot A_{s,p} \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5 \cdot A_{s,min} \end{cases} \quad \text{Equação 62}$$

3.5.6.4 *Dispensa de armaduras para força cortante*

De acordo com a NBR 6118:2014 estruturas lineares que possuem a sua largura maior que 5 vezes a sua altura útil ($B_{esc} > 5d$) devem ser tratadas como laje, ou seja, as escadas também podem utilizar do mesmo critério de lajes para a verificação da dispensa de armadura para força cortante.

Para que não seja necessário o uso de armadura para o esforço cortante, a força solicitante de cálculo deverá ser menor ou igual à força resistente de cálculo ($V_{sd} \leq V_{rd1}$), sendo que V_{sd} corresponde ao máximo valor do cortante característico obtido de acordo com os critérios da seção 3.5.5 da NBR 6118: 2014. A força cortante resistente de cálculo pode ser obtida pela Equação 63.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot 100 \cdot d \quad \text{Equação 63}$$

(unidade de força)

sendo:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{0,21 f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 64}$$

(MPa)

$$\rho_1 = \frac{A_{s,p}}{100 \cdot d} \leq |0,02| \quad \text{Equação 65}$$

(taxa de armadura por faixa de metro)

$$k = |1,6 - d| \geq 1 \quad \text{Equação 66}$$

onde:

τ_{Rd} : é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

f_{ck} : é a resistência característica do concreto;

γ_c : coeficiente de ponderação (usualmente $\gamma_c = 1,4$);

ρ_1 : é a taxa de armadura;

$A_{s,p}$: é a área de aço da armadura principal;

d : altura útil;

100: corresponde à faixa de um metro no qual se realiza o dimensionamento;

k : é um coeficiente que fornece a parcela do momento de cálculo transmitido pela escada ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre.

3.5.7 Estado-Limite de Serviço

O primeiro passo para realizar um projeto estrutural é o dimensionamento da estrutura no estado-limite último e o segundo consiste em realizar as verificações de serviço, que são as verificações de deformações excessivas e de abertura de fissuras (ARAÚJO, 2014).

Por definição estado-limites de serviço “são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas” (NBR 6118, ABNT, 2014).

3.5.7.1 Estado-Limite de deformações

As verificações realizadas neste estado-limite para o dimensionamento da estrutura em questão devem respeitar os deslocamentos limites (flechas) relacionados à aceitabilidade sensorial impostos pela ABNT NBR 6118:2014.

A aceitabilidade sensorial está diretamente ligada ao conforto do usuário, sendo ela visual e de vibrações. O deslocamento total visível permitido é de no máximo $l/250$ (onde l é o comprimento em que o elemento se desenvolve) e para as vibrações sentidas no piso devido as cargas acidentais os deslocamentos devem ser menores ou iguais a $l/350$ (NBR 6118, ABNT, 2014).

A estimativa dos deslocamentos da estrutura (flechas) consiste em três passos, o primeiro corresponde ao cálculo da flecha imediata, o segundo em determinar a flecha diferida e total, e por fim realizar a verificação se os resultados obtidos estão dentro dos limites estabelecidos pela aceitabilidade sensorial (NBR 6118, ABNT, 2014).

Ao realizar o procedimento de cálculo para a estimativa das flechas é necessário que os valores dos carregamentos sejam obtidos através das combinações de serviço quase permanente (Equação 31) (NBR 6118, ABNT, 2014). Após determinar o novo valor de $F_{d,ser}'$ é necessário recalcular o máximo momento atuante na estrutura ($M_{d,máx}'$) que é feito de maneira análoga ao $M_{d,máx}$ calculado anteriormente no estado-limite último.

A flecha imediata (Equação 67), quando o elemento estiver trabalhando no estágio II, pode ser avaliada de forma aproximada considerando uma inércia equivalente ($I = I_{eq,t0}$) (Equação 68), essa avaliação é feita considerando que o aço e concreto possuam comportamento elástico linear, entretanto, a análise do deslocamento não possui grande precisão, devido a fatores que não são levados em consideração na formulação, como por exemplo, o processo construtivo da estrutura (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

$$W_{(t0)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{F_{d,ser}' \cdot l_{tot}^4}{E_{cs} \cdot I} \quad \text{Equação 67}$$

(unidade de comprimento)

Sendo que:

$$I_{eq,t0} = \left(\frac{M_r}{M_{d,m\acute{a}x}'} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{d,m\acute{a}x}'} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad \text{Equação 68}$$

(unidade de comprimento⁴)

E_{cs} : módulo de deformação secante do concreto que pode ser estimado pela Equação 69.

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \text{Equação 69}$$

(MPa)

Sendo que:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad \text{Equação 70}$$

(MPa)

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Equação 71}$$

(Aos 28 dias de idade, resultado em MPa)

E_{ci} equivale ao módulo de elasticidade inicial do concreto e α_E é um parâmetro que leva em consideração o tipo de agregado graúdo, logo:

$$\alpha_E = \begin{cases} 1,2 & \text{para basalto e diabásio} \\ 1,0 & \text{para granito e gnaisse} \\ 0,9 & \text{para calcário} \\ 0,7 & \text{para arenito} \end{cases}$$

Esses parâmetros também podem ser obtidos de acordo com a Tabela 8.1 da NBR 6118:2014 (Quadro 17 deste trabalho), entretanto essa tabela considera apenas o uso de granito como agregado graúdo.

Quadro 17 – Valores estimados do módulo de elasticidade em função do f_{ck}

Classe de Resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,9	0,91	0,93

Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014.

$M_{d,máx}'$ corresponde ao máximo momento atuante no vão que leva em consideração os carregamentos promovidos pelas combinações quase permanentes e M_r é o momento de fissuração, momento esse que determina se a peça está trabalhando no estágio I ou II, e que pode ser estimado através da Equação 72.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad \text{Equação 72}$$

(unidade de força · comprimento)

Caso $M_r < M_{k,máx}'$ a peça se encontra no estágio II e, portanto, deve-se levar em consideração a rigidez equivalente para o cálculo da flecha, caso $M_r > M_{d,máx}'$ o elemento está trabalhando no estágio I e a sua inércia será da seção bruta ($I = I_c$) e, por fim, se for feito o uso de barras lisas o valor do M_r deverá ser reduzido pela metade (NBR 6118, ABNT, 2014).

Sendo:

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,3 & \text{para seções I ou T invertido} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares (caso do elemento deste trabalho)} \end{cases}$$

$f_{ct,m}$ pode ser calculado de acordo com a Equação 59 (página 74), y_t corresponde à distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada, e I_c (momento de inércia da seção bruta) pode ser calculado de acordo com a Equação 73.

$$I_c = \frac{b_{esc} \cdot h^3}{12} \quad \text{Equação 73}$$

(unidade de comprimento⁴)

I_{II} é o momento de inércia no estágio II que é obtido pela Equação 11 (página 32), sendo $\alpha_e = (E_s/E_{cs})$. Reescrevendo a Equação 11 obtêm-se a Equação 74.

$$I_{II} = \frac{b \cdot X_{II}^3}{3} + \left(\frac{E_s}{E_{cs}} \right) \cdot A_{s,p} \cdot (d - X_{II})^2 \quad \text{Equação 74}$$

(unidade de comprimento)

E_s é o módulo de elasticidade do aço ($E_s = 210 \text{ GPa}$), $A_{s,p}$ é a área de aço principal (Equação 54) e X_{II} corresponde à posição da linha neutra no estágio II (Equação 10).

Após o cálculo da flecha imediata (Equação 67), deve-se calcular a flecha adicional diferida que é um acréscimo na flecha imediata devido às cargas de longa duração em função da fluência do concreto para então se obter a flecha total (Equação 75) (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

$$W = W_{(t0)} + \Delta_W \quad \text{Equação 75}$$

(unidade de comprimento)

sendo $W_{(t0)}$ a parcela da flecha imediata que foi abordada anteriormente e Δ_W pode ser obtido através da Equação 76.

$$\Delta_W = \Delta \xi \cdot W_{(t0)} \quad \text{Equação 76}$$

(unidade de comprimento)

Sendo que:

$$\Delta\xi = \xi_{(t)} - \xi_{(t_0)} \quad \text{Equação 77}$$

(adimensional)

Onde $\xi_{(t)}$ pode ser calculado pela Equação 78.

$$\xi_{(t)} = \begin{cases} 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} & \text{para } t < 70 \text{ meses} \\ \text{ou} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses} \end{cases} \quad \text{Equação 78}$$

(adimensional)

t corresponde ao tempo em meses de quando se quer calcular a flecha diferida, t_0 é a idade em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. A NBR 6118:2014 apresenta uma tabela com os valores do coeficiente ξ em função do tempo, como pode ser observado no Quadro 18.

Quadro 18 – Valores do coeficiente $\xi_{(t)}$

Tempo (t)	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi_{(t)}$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118, ABNT, 2014.

3.5.7.2 Estado-Limite de formação de fissuras

Os elementos estruturais de concreto armado trabalham fissurados em consequência da sua grande variabilidade e à baixa resistência à tração. A formação de fissuras na grande maioria das vezes ocorre devido ao impedimento das deformações ocasionadas por retração do concreto ou por contração térmica (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Na seção 3.5.6.3 (Dimensionamento à flexão) foram abordados o cálculo da área de aço mínima e uma breve introdução do porquê de ela ser adotada em casos que a área de aço calculada seja menor. Uma explicação um pouco mais aprofundada do porquê de existir um valor de $A_{s,min}$ está relacionado ao não

escoamento do aço no momento em que surgir a primeira fissura, uma vez que, se ele não escoar ele permite que continue surgindo fissuras de pequenas aberturas, entretanto, se a armadura disposta naquela seção for menor que a mínima necessária, ocorre o escoamento do aço na primeira fissura, com isso não ocorrerá o surgimento de novas fissuras, fazendo com que essa primeira tenha aberturas maiores que os limites estabelecidos em norma (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Os limites de abertura característica de fissuras na superfície do concreto (w_k) que são estabelecidos pela NBR 6118:2014 (Quadro 19 deste trabalho) levam em consideração a classe de agressividade em que a estrutura se encontra, uma vez que, quanto maior a classe, maior será o risco de deterioração. Esses limites são impostos pensando na proteção das armaduras quanto ao processo de corrosão, sendo que, esse processo se desencadeia no contato do aço com a água ou com o oxigênio (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

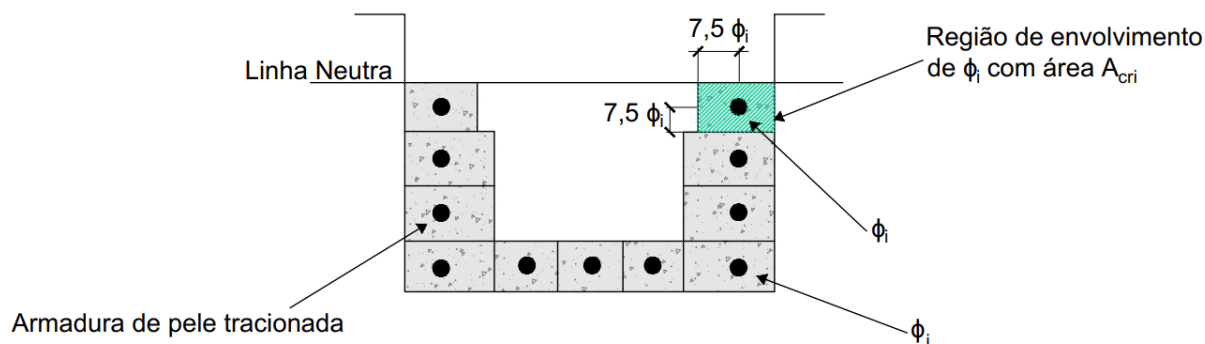
Quadro 19 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e proteção da armadura em função da classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
CAA I	$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	Combinação frequente
CAA II E CAA III	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	
CAA IV	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	

Fonte: Adaptado, NBR 6118:2014

A estimativa das aberturas das fissuras deve ser feita utilizando a combinação de ação frequente (Equação 32), após obter o valor da nova combinação pode-se então calcular o momento atuante na seção ($M_{d,máx}''$), como já dito anteriormente se $M_r < M_{d,máx}''$ o elemento irá fissurar e estará trabalhando no estágio II. As barras de aço empregadas no concreto armado, são barras que possuem aderência, barras essas que auxiliam no controle de fissuração. No processo de verificação, essas barras devem ser consideradas em uma área de concreto de envolvimento de barra da armadura (A_{cri}), essa área deverá ser retangular, os lados desse retângulo não deverão se distanciar para além de $7,5 \cdot \phi_i$ do eixo da armadura (Figura 25). (NBR 6118, ABNT, 2014)

Figura 25 - Concreto envolvido



Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014

De acordo com a NBR 6118:2014 o valor característico da abertura de fissuras (w_k) pode ser obtido pelo menor dos valores obtidos entre a Equação 79 e Equação 80.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5} \frac{\sigma_{si}}{\eta_1 E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad \text{Equação 79}$$

(unidade de comprimento)

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5} \frac{\sigma_{si}}{\eta_1 E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad \text{Equação 80}$$

(unidade de comprimento)

Sendo que:

A tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II (σ_{si}), pode ser obtida através de uma aproximação pela Equação 81 (PINHEIRO, 2007).

$$\sigma_{si} = \frac{M_{d,máx}''}{0,8 \cdot d \cdot A_{s,p}} \quad \text{Equação 81}$$

(unidade de força/área quadrada)

η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, sendo $\eta_1 = 1,0$ para barras lisas, 1,4 para barras entalhadas e 2,25 para barras nervuradas, E_{si} corresponde ao módulo de elasticidade do aço da barra considerada,

$f_{ct,m}$ é a resistência média à tração do concreto (Equação 59) e ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região analisada (NBR 6118, ABNT, 2014).

Já ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento (A_{cri}), que pode ser estimada pela Equação 82 (PINHEIRO, 2007).

$$\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}} \quad \text{Equação 82}$$

(adimensional)

Sendo que a área da barra A_{si} é calculada pela Equação 83.

$$A_{si} = \frac{\pi \cdot \phi_s^2}{4} \quad \text{Equação 83}$$

(unidade de área quadrada)

A_{cri} (Figura 26) é o menor valor entre a área crítica externa ($A_{cri,ext}$) e interna ($A_{cri,int}$)

$$A_{cri,ext} = \left(c_{nom} + \phi_p + \phi_s + \frac{e_h}{2} \right) \cdot (c_{nom} + \phi_p + 7,5\phi_s) \quad \text{Equação 84}$$

(unidade de área quadrada)

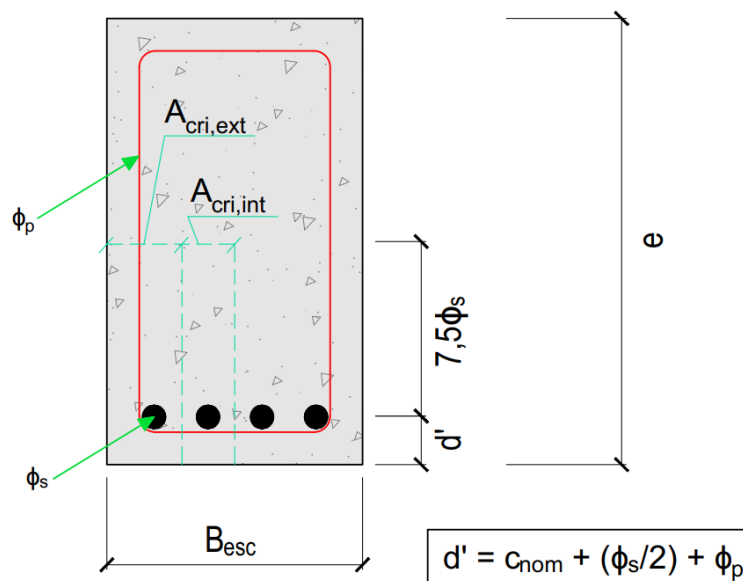
$$A_{cri,int} = (e_h + \phi_s) \cdot (c_{nom} + \phi_t + 7,5\phi_s) \quad \text{Equação 85}$$

(unidade de área quadrada)

E por fim, e_h corresponde ao valor do espaçamento entre barras que deve ser maior ou igual a 2 cm, ϕ_i ou $1,2\phi_{agregado\ grauado}$ (adota-se o maior dos valores entre os 3 critérios) e pode ser calculado conforme a Equação 86.

$$e_h = \frac{B_{esc} - (2c_{nom} + 2\phi_p + n_{barras} \cdot \phi_s)}{n_{barras} - 1} \quad \text{Equação 86}$$

Figura 26 - Área crítica



Fonte: Adaptado, PINHEIRO, 2007.

A NBR 6118:2014 traz uma segunda alternativa (Quadro 20) para o controle de fissuração sem realizar a verificação da abertura de fissura, que consiste em limitar a tensão na barra de acordo com o diâmetro adotado e o seu espaçamento máximo.

Quadro 20 - Valores máximos de diâmetro e espaçamentos, com barras de alta aderência

Tensão na barra	Valores máximos	
σ_{si} (MPa)	$\phi_{m\acute{a}x}$ (mm)	$s_{m\acute{a}x}$ (cm)
160	32	30
200	25	25
240	20	20
280	16	15
320	12,5	10
360	10	5
400	8	-

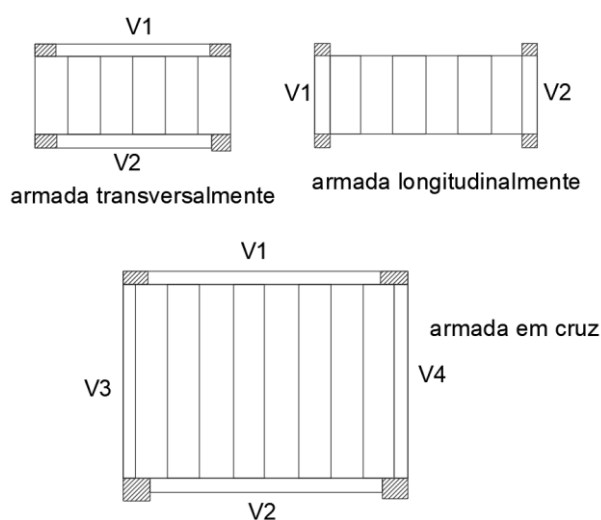
Fonte: Adaptado, NBR 6118:2014

3.6 Detalhamento das armaduras

Em situações rotineiras, as escadas são apoiadas em peças que fazem parte da composição da estrutura da edificação, esses apoios podem ser vigas, paredes de alvenaria ou de concreto (ARAÚJO, 2014).

De acordo com a posição desses apoios em relação à escada, elas poderão ser classificadas como elementos armados transversalmente, longitudinalmente ou em cruz. Quando definido a classificação da escada, então poderá ser descrita as direções das armaduras principais da escada (Figura 27) (ARAÚJO, 2014).

Figura 27 - Direção das armaduras principais



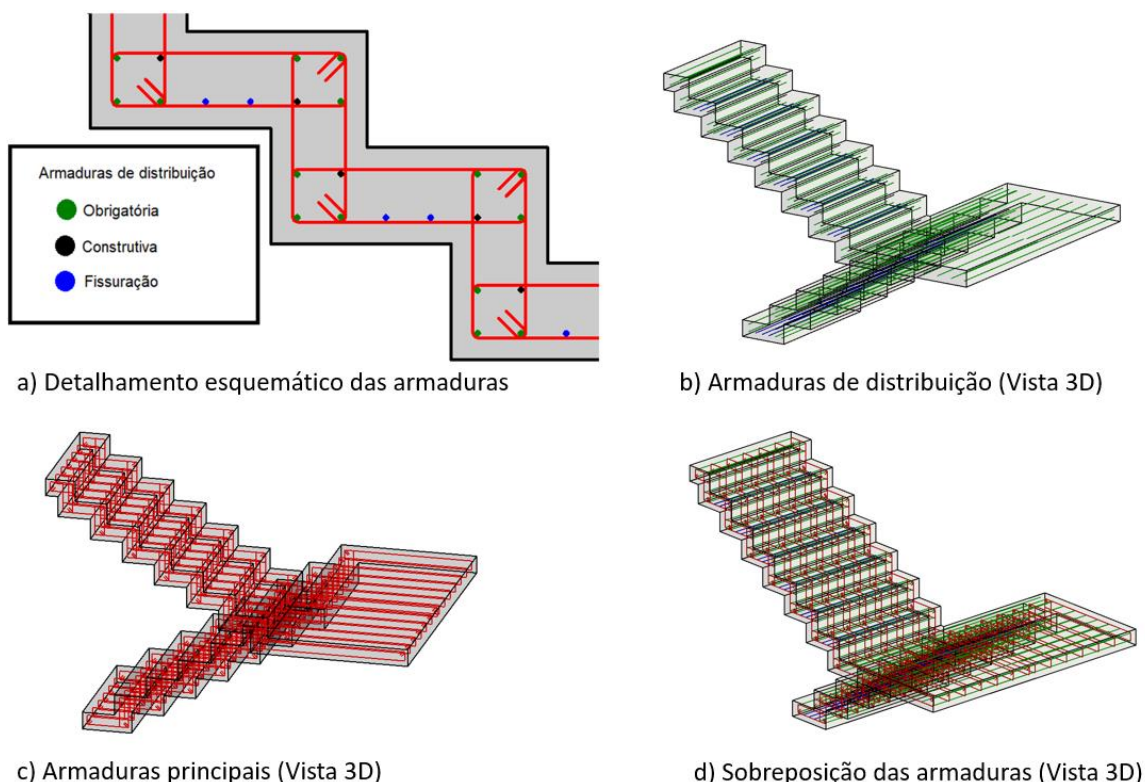
Fonte: ARAÚJO, 2014.

Como pode ser observado na Figura 27, e, levando em conta as condições de apoios descritas no decorrer deste trabalho, pode-se concluir que a escada dimensionada será armada longitudinalmente.

O detalhamento da escada, é um dos pontos mais importantes no momento da elaboração do projeto. As armaduras principais da escada devem estar dispostas com um espaçamento máximo de 20 cm ou $2h$, sendo que o menor dos valores obtidos dessas duas condições deverá ser utilizado como limite (NBR 6118, ABNT, 2014).

Já o espaçamento mínimo das armaduras principais e secundárias devem respeitar um espaçamento entre barras de 20 mm, diâmetro da barra ou 1,2 vez a

Figura 29 – Detalhamento da armadura do tipo estribo fechado



Fonte: Elaborado pela autora, 2022

3.6.1 Ancoragem das barras

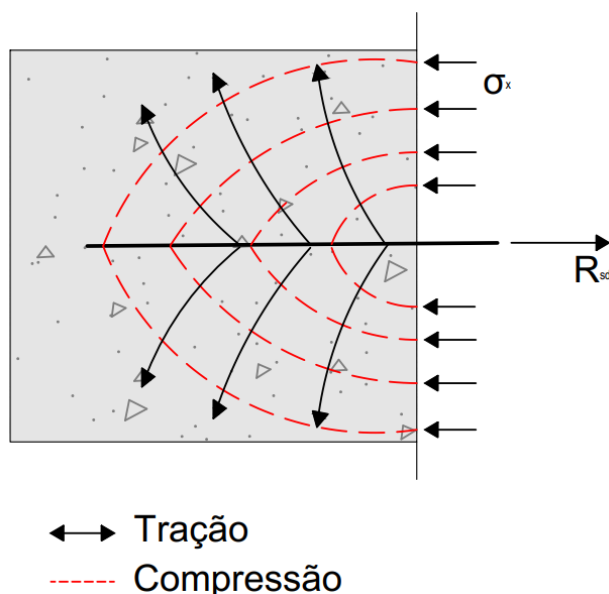
As estruturas de concreto armado são compostas de concreto e aço que trabalham em conjunto, isso ocorre devido à aderência das barras com o concreto, caso não existisse essa aderência, seria impossível realizar o equilíbrio das forças no estágio II (ARAÚJO, 2014).

A ancoragem das barras no concreto tem como função fixar a barra de aço para que ela possa ser cortada e consiga transferir os esforços para o concreto. Usualmente a ancoragem é feita por aderência devido a fatores econômicos, entretanto, ela pode ser feita por dispositivos especiais (placas de ancoragem) ou por ambos (ARAÚJO, 2014; PINHEIRO, 2007).

Um ponto importante de ser abordado em relação ao comprimento de ancoragem está ligado aos esforços de fendilhamento. Como já é de se esperar, na região da ancoragem vão surgir tensões de compressão e de tração. As tensões de

compressão se propagam pelo concreto a partir da extremidade da barra, já as de tração se propagam na direção transversal (Figura 30) (ARAÚJO, 2014).

Figura 30 - Trajetórias das tensões de compressão e tração na ancoragem.

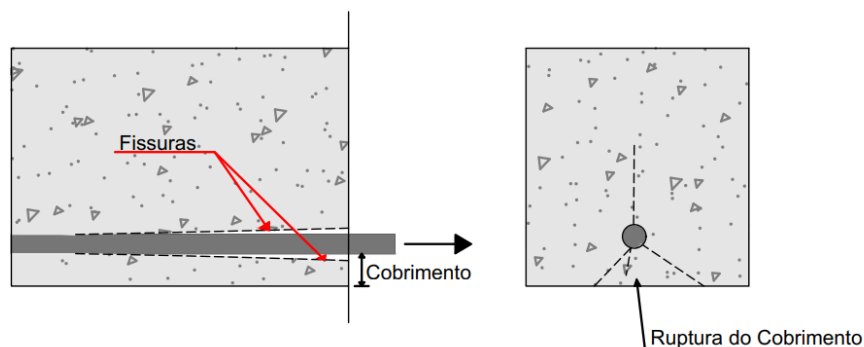


Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

As tensões de tração podem provocar fissuras longitudinais ou esforços de fendilhamento na região da ancoragem. O fendilhamento é provocado devido às resultantes das tensões de tração transversal, que pode ser estimado como um quarto do esforço de tração ($R_{sd}/4$), entretanto, caso exista um esforço de compressão transversal na região da ancoragem, não se faz necessário considerar esse efeito (ARAÚJO, 2014).

A norma técnica brasileira estabelece que para casos de ancoragem que não seja em apoios diretos, pode-se escolher duas formas de se resolver esse problema de fendilhamento, sendo o primeiro deles, adotar uma armadura transversal que deverá resistir 25% da força longitudinal para o caso de barras de $\phi \leq 32$ e o último seria utilizando o peso próprio do concreto, que para essa situação deverá adotar um cobrimento e espaçamento entre barras maior ou igual a 3ϕ . Analisando a segunda opção pode-se concluir que, se o cobrimento utilizado for muito pequeno em relação ao diâmetro da barra, ocorrerá a ruptura do concreto (Figura 31) (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

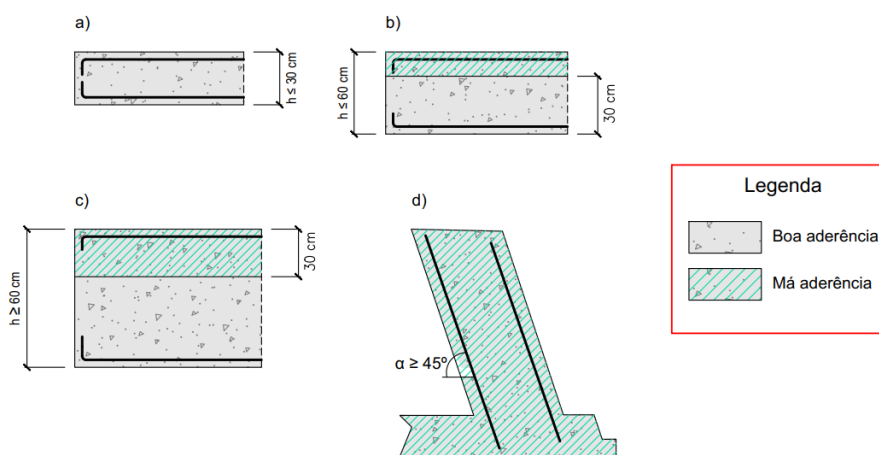
Figura 31 – Fendilhamento na região de ancoragem



Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

Para determinar o comprimento de ancoragem é necessário conhecer a tensão de aderência, tensão essa que leva em consideração a qualidade da aderência (boa ou má). Para classificar se a barra é de boa ou má aderência, deve-se analisar a geometria do elemento, portanto, pode-se considerar boa aderência para todas as barras quando o elemento possuir uma altura de até 30 cm (Figura 32a), aquele que possuir uma altura maior que 30 cm e menor ou igual a 60 cm será considerado boa aderência somente para as barras que se encontram nos 30 primeiros centímetros em relação à base (Figura 32b), os casos de elementos que tenham sua altura superior a 60 cm, somente as barras que se encontram nos primeiros 30 cm em relação ao topo (Figura 32c), e por fim elementos que possuam inclinações menores ou igual a 45° são considerados de má aderência (Figura 32d) (ARAÚJO, 2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Figura 32 - Posições de boa e má aderência



Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

Após determinar a tensão de aderência, é possível calcular o comprimento básico de ancoragem pela Equação 87.

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \geq 25\phi \quad \text{Equação 87}$$

(unidade de comprimento)

Sendo que:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \frac{0,21 f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 88}$$

(MPa)

$l_{b,min}$ é o comprimento de ancoragem básico, ϕ é o diâmetro da barra, f_{bd} corresponde à tensão de aderência, o coeficiente η_1 pode ser obtido de acordo com o Quadro 21, η_2 leva em consideração o tipo de aderência da barra, ou seja, $\eta_2 = 1$ para situação de boa aderência e 0,7 para má aderência, já η_3 está relacionado com o diâmetro da barra utilizada, portanto, $\eta_3 = 1$ para barras com $\phi \leq 32$ mm e para os casos de $\phi > 32$ (não é muito usual utilizar esse diâmetro em escadas), η_3 deverá ser calculado com a Equação 89.

$$\eta_3 = \frac{132 - \phi}{100} \quad \text{Equação 89}$$

(mm)

Quadro 21 – Coeficiente η_1 de acordo com a NBR 6118:2014

Coeficiente	Característica da barra				
	Lisa		Entalhada	Nervuradas	
	CA-25	CA-60	CA-60	CA-50	CA-60
η_1	1		1,4	2,25	

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

O comprimento de ancoragem básico pode ser reduzido. Neste trabalho serão apresentadas duas formas distintas para redução do comprimento de

ancoragem, a primeira consiste em utilizar uma área de aço maior que a calculada e a segunda, na utilização de ganchos. Para a primeira solução considerando barras retas (excluso o uso de barras lisas quando se encontram tracionadas) deverá ser calculado um comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$) que deve ser maior ou igual ao comprimento de ancoragem mínimo ($l_{b,min}$) (conforme a Equação 90). Esse comprimento mínimo é estabelecido para evitar que se tenha valores muito pequenos do l_b (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad \text{Equação 90}$$

(unidade de comprimento)

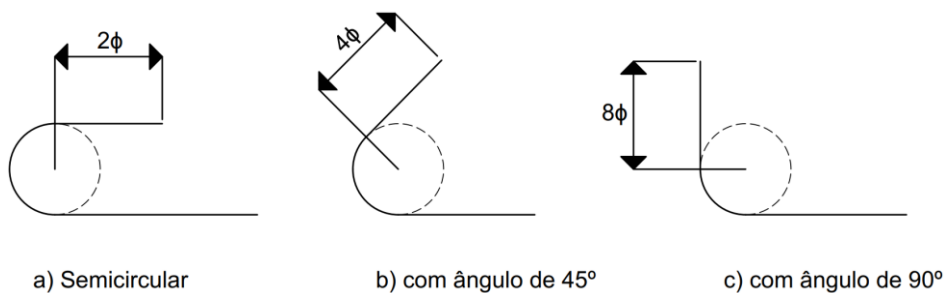
Onde:

$l_{b,min}$: será o maior dos valores entre $0,3l_b$, 10ϕ ou 10 cm ;

$\alpha = 0,7$ para os casos em que se tenha o cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$ e igual à 1 quando considerado barras retas.

Para a segunda opção, quando as armaduras longitudinais estiverem submetidas à tração, se tem 3 opções de gancho. Os ganchos podem ser semicircular com o $l_{b,min} \geq 2\phi$ (Figura 33a), em ângulo de 45° com o $l_{b,min} \geq 4\phi$ (Figura 33b) ou de 90° $l_{b,min} \geq 8\phi$ (Figura 33c). Porém, se a barra utilizada for lisa, deverá ser utilizado ganchos semicirculares devido à baixa aderência. Por fim, deve ser considerado um diâmetro mínimo da dobra do gancho que deve respeitar o Quadro 22 (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Figura 33 - Tipos de ganchos



Fonte: ARAÚJO, 2014.

Quadro 22 - Diâmetro dos pinos de dobramento para os ganchos

Bitola (mm)	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
≤ 10	3ϕ	3ϕ	3ϕ
$10 < \phi < 20$	4ϕ	5ϕ	-
≥ 20	5ϕ	8ϕ	-

Fonte: NBR 6118, ABNT, 2014.

Nos projetos estruturais de construção civil, na maioria dos casos são utilizadas barras nervuradas. Essas barras possuem aderência mecânica que ocorre devido ao contato direto com o concreto, e, como essas barras possuem várias saliências em todo seu comprimento, tem-se uma ligação mais efetiva entre os dois materiais. O Quadro 23 pode ser utilizado para determinação do comprimento de ancoragem básico para os casos de barras nervuradas, esse quadro faz uma simplificação da Equação 87, facilitando e tornando o cálculo mais rápido (ARAÚJO,2014; PORTELA, 2022).

Quadro 23 - Comprimento de ancoragem básico

f_{ck} (MPa)	Boa Aderência		Má Aderência	
	Sem gancho	Com gancho	Sem gancho	Com gancho
25	38ϕ	27ϕ	54ϕ	38ϕ
30	34ϕ	24ϕ	48ϕ	34ϕ
35	31ϕ	22ϕ	43ϕ	31ϕ
40	28ϕ	20ϕ	40ϕ	28ϕ
45	26ϕ	18ϕ	37ϕ	26ϕ
50	24ϕ	17ϕ	34ϕ	24ϕ

Fonte: PORTELA, 2022.

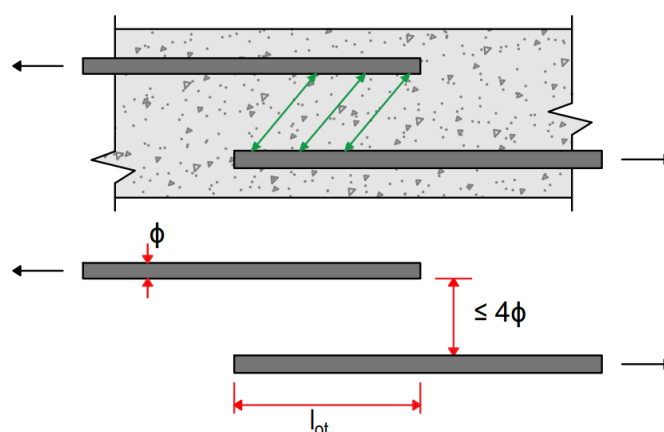
3.6.2 Emendas das barras por traspasse

Emendas em barras são permitidas por norma. Elas podem ser feitas por traspasse, por luvas com preenchimento metálicos, rosqueadas ou prensadas, por solda ou algum outro dispositivo desde que seja justificado. Entretanto, quando possível deve ser evitado. Devido a fatores econômicos e facilidade no processo de execução, na grande maioria das vezes, utilizam-se emendas por traspasse (ARAÚJO,2014; NBR 6118, ABNT, 2014).

Emendas por traspasse podem ser realizadas apenas nas barras que possuem $\phi \leq 32$ mm. Em escadas geralmente se tem cargas baixas quando se comparada a outros elementos da estrutura, e não utilizam barras muito grandes, usualmente ficam até $\phi 12,5$ mm, portanto, para esse trabalho essa imposição não traz problemas (ARAÚJO,2014; PORTELA, 2022).

Para os casos de barras que será necessário realizar emenda, elas deverão ter uma distância livre de no máximo 4ϕ e a transferência das forças entre as barras será feita através de bielas comprimidas inclinadas, como pode ser observado na Figura 34 (ARAÚJO,2014).

Figura 34 - Emenda por traspasse



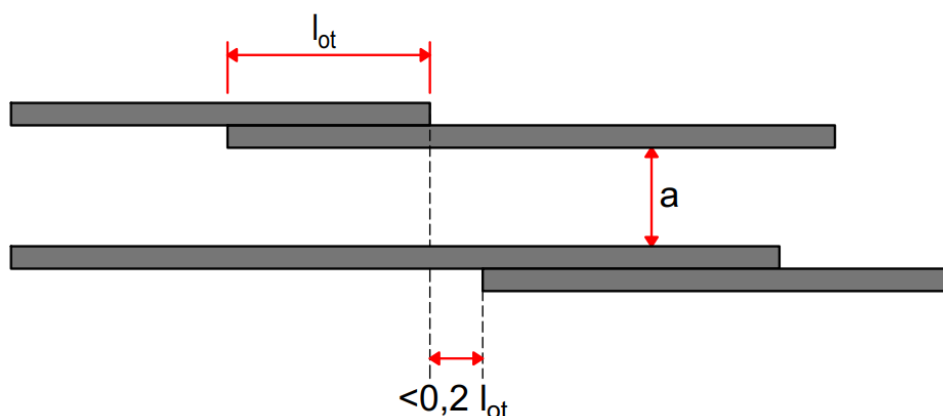
Fonte: Adaptado, ARAÚJO, 2014.

Em escadas, quando se faz o uso de armadura com formatos de nós (Figura 28), é muito comum de serem encontradas emendas por traspasse das armaduras principais devido à dificuldade no processo de montagem das armaduras,

por isso alguns cuidados devem ser tomados no momento de utilizar barras emendadas.

Alguns desses cuidados estão relacionados à proporção máxima de barras tracionadas na mesma seção (Quadro 24) (exclui-se as armaduras de distribuição e compressão que podem ter todas as barras emendadas) e ao comprimento mínimo de traspasse. A NBR 6118:2014 considera na mesma seção transversal “as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas menos que 20% do comprimento do trecho de traspasse” (ver Figura 35).

Figura 35 - Emendas na mesma seção



Fonte: Adaptado, ARAÚJO, 2014.

Quadro 24 - Proporção máxima de barras tracionadas emendadas

Tipo de barra	Situação	Carregamento Estático
Alta aderência	Em uma camada	100%
	Em mais de uma camada	50%
Lisa	$\phi < 16 \text{ mm}$	50%
	$\phi \geq 16 \text{ mm}$	25%

Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014

Para o caso de escadas é usual distribuir as barras em uma camada e o uso de barras de alta aderência, com isso, pode-se considerar que a proporção máxima será de 100% na mesma seção (Quadro 24) (PORTELA, 2022).

Por fim, a NBR 6118:2014 recomenda o cálculo do comprimento do traspasse (l_{ot}) de barras tracionadas com a Equação 91 representada abaixo.

$$l_{ot} = \alpha_{ot} \cdot l_{b,nec} \geq l_{0t,min} \quad \text{Equação 91}$$

(unidade de comprimento)

Sendo:

$$l_{0t,min} \geq \begin{cases} 200 \text{ mm} \\ 15\phi \\ 0,3\alpha_{ot} \cdot l_b \end{cases} \quad \text{Equação 92}$$

(unidade de comprimento)

Onde:

α_{ot} : é o coeficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção (Quadro 25);

$l_{b,nec}$: comprimento de ancoragem necessário (Equação 90);

$l_{0t,min}$: comprimento mínimo de traspasse;

l_b : comprimento básico de ancoragem (Equação 87)

Quadro 25 – Valores do coeficiente α_{ot}

Barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de α_{ot}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Fonte: NBR 6118, ABNT, 2014.

3.7 Introdução à programação

O presente item tem como objetivo realizar uma introdução às linguagens/sintaxes de programação que foram utilizadas. Para a elaboração do programa, utilizou-se a programação orientada a objetos, a linguagem C++ e C# que podem ser desenvolvidas em ambientes gratuitos ou pagos.

A programação orientada a objetos (OOP) é um método de programação moderna, eficiente e bastante utilizada na atualidade, tendo em vista a sua facilidade no processo de construção de *softwares* (SAVITCH, 2004).

Esse tipo de programação é capaz de realizar a modelagem de *software* de uma maneira simples que pode ser comparada com a forma em que uma pessoa comum faz em seu cotidiano para descrever determinado objeto. Essa simplicidade faz com que a criação seja intuitiva e natural para o programador (DEITEL, H.M & DEITEL P.J., 2006).

Neste tipo de linguagem existem alguns recursos/ferramentas básicos que fazem toda a diferença no momento da construção de *softwares*, sendo eles, o encapsulamento, herança, polimorfismo, os objetos e as variáveis.

Um objeto em OOP consiste em basicamente um tipo de estrutura que irá ler os dados e a programação realizada para trabalhar com essas informações (CLARK, 2003).

Os objetos e variáveis que são escolhidos pelo programador no processo de construção de *software*, devem ser declarados, e precisam possuir classes específicas para que eles existam e possam ser utilizados no processo de execução do programa, as variáveis são elementos que poderão ser alteradas a qualquer momento enquanto o programa está em execução. Já os objetos são fixos e não sofrem alterações (ASCENCIO & CAMPOS, 2012).

Os objetos e variáveis podem ser encapsulados, em programação quando se realiza o encapsulamento dos dados o programador faz com que as informações do seu sistema sejam mais seguras e confiáveis, obtendo controle de como eles estão sendo acessados e quais as operações que estão sendo realizadas dentro do programa (CLARK,2003).

Esse recurso também pode ser definido como um recurso da linguagem de programação orientada a objetos que possibilita esconder informações sigilosas dos usuários, como por exemplo, um banco de dados que geralmente contém informações pessoais de diversos usuários (SAVITCH, 2004).

Em OOP, grande parte dos objetos são classificados conforme são determinadas as hierarquias. Em programação a herança é utilizada para realizar a classificação dos objetos conforme as suas propriedades comuns e para qual função ele está designado (CLARK, 2003).

A herança de dados também está relacionada com a escrita do código de uma forma que se consiga reutilizá-lo em outro momento da programação, como por exemplo, a troca de informações entre os formulários (SAVITCH, 2004).

Em linguagem de programação orientada a objetos também se tem o polimorfismo que pode ser descrito como um recurso que permite que dois objetos com diferentes funções no programa consigam responder a um único comando de solicitação de formas exclusivas (CLARK, 2003).

Já a linguagem de programação C# pode ser considerada simples quando se comparada com as outras, mas apesar da sua simplicidade ela é uma ferramenta muito eficiente e rica de recursos. Essa linguagem é considerada uma linguagem orientada a objetos com um “bônus” que possibilita a criação de classes que podem ser utilizadas em outros tipos de linguagem de programação (LOTAR, 2010).

O uso do C# reduz o tempo de aprendizado dos novos programadores devido a sua sintaxe, que pode ser considerada relativamente fácil. Um programa escrito na linguagem C# pode compreender em apenas um arquivo ou vários arquivos. Um ponto importante a ser observado é que cada arquivo poderá contemplar nenhuma ou várias *namespace* (LOTAR, 2010).

Essa linguagem de programação faz o uso de diversas variáveis com tipos exclusivos, cada objeto e variável necessitam ser declarados, ou seja, necessitam ser especificados pelo usuário durante a criação (objetos) e execução (variáveis) do programa (LOTAR, 2010).

As variáveis são empregadas para guardar as informações pertinentes na memória do computador no período em que está sendo realizada a execução do programa C#. Os dados nas variáveis são atribuídos pelo o usuário enquanto o programa está sendo lido pelo computador, portanto, essas variáveis podem ser alteradas a qualquer momento pelo mesmo (LOTAR, 2010).

E por fim a linguagem C++, que uma das principais características é a possibilidade da utilização da linguagem orientada a objetos, uma vez que ela possui classes, o que torna o processo de modelagem mais otimizado (SAVITCH, 2004).

A criação dessa linguagem e os incrementos que foram desenvolvidos no C++ consistem em uma extensão da linguagem C, e apesar das melhorias, o grupo de normas e regras dessa linguagem pode ser considerada igual a linguagem C (ASCENCIO; CAMPOS, 2012).

Os programadores que utilizam o C++ desenvolvem suas próprias classes, uma vez que, cada classe possui informações, bem como um agrupamento de funções que irão controlar os dados do projeto (DEITEL, H.M & DEITEL P.J., 2006).

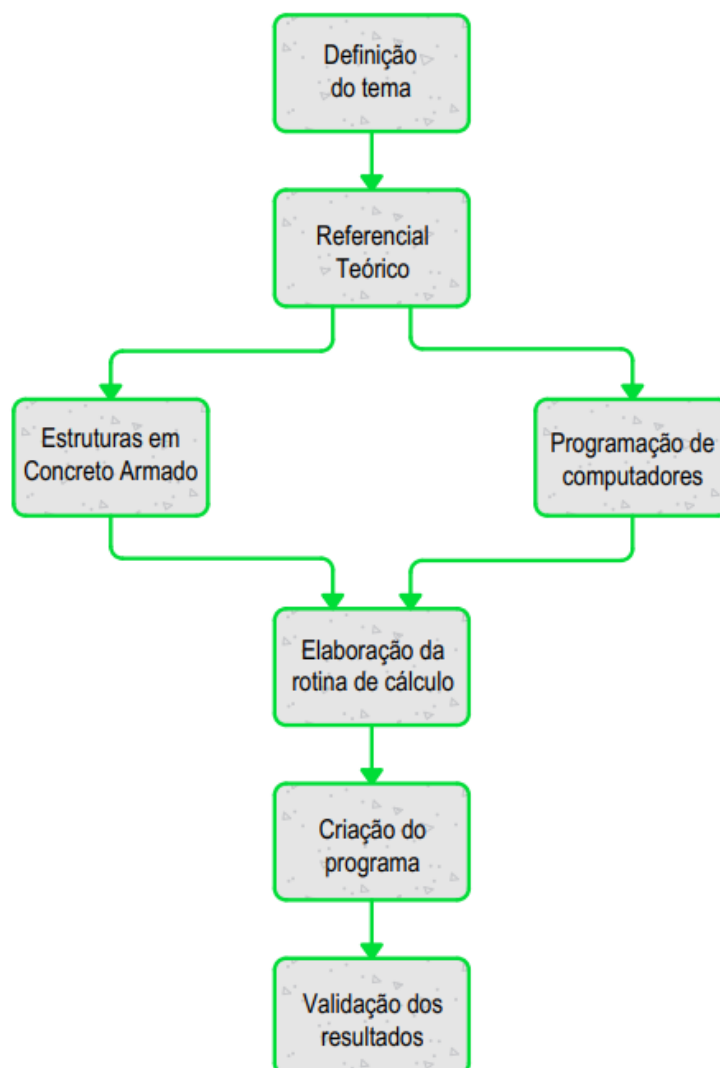
4 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi realizada uma revisão bibliográfica embasada em estruturas de concreto armado e programação de computadores, bem como, temas complementares pertinentes aos assuntos.

O trabalho em si, possui uma abordagem quantitativa, uma vez que os resultados obtidos são de caráter numérico, não foram realizadas pesquisas de caráter exploratório, e sim, bibliográfico.

Para a validação do programa, foram criados exemplos, e estes resolvidos manualmente. Os resultados gerados pelo programa foram então comparados com aqueles calculados manualmente.

Figura 36: Fluxograma da metodologia utilizada



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

4.1 Software

O *software* desenvolvido no presente trabalho tem como principal objetivo realizar o dimensionamento geométrico e estrutural de escadas plissadas. O modelo estrutural adotado considera uma escada isostática, sendo sujeita a carregamentos uniformemente distribuídos sem a atuação de momentos fletores aplicados. O programa em questão não realiza o dimensionamento dos elementos de apoio, portanto, os mesmos deverão possuir um deslocamento desprezível para que não haja problemas futuros.

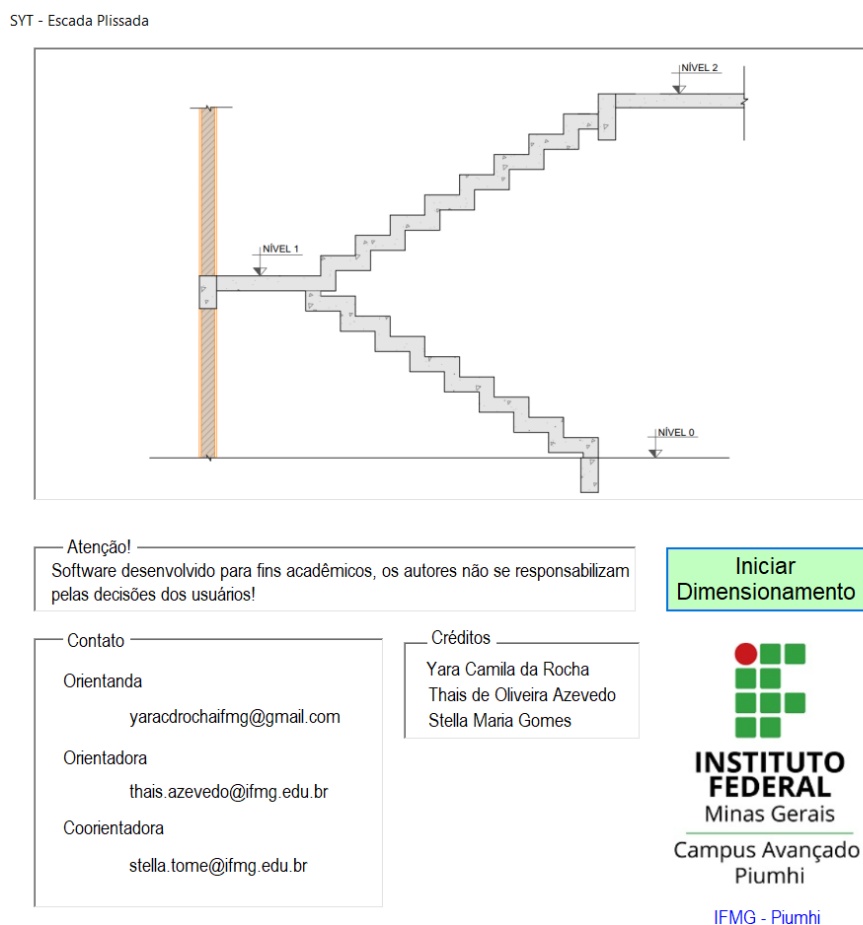
A inserção de dados no programa é muito simples, e em caso de dúvidas o usuário poderá consultar as guias auxiliares no topo da página, como poderá ser observado nos próximos tópicos.

O programa analisa os dados inseridos pelo usuário para o dimensionamento geométrico e aponta se as dimensões adotadas atendem aos critérios estabelecidos pela NBR 9050:2020. Já o dimensionamento estrutural e as verificações de serviço são calculados de acordo com as propriedades geométricas e dos materiais utilizados, apontando os resultados de área de aço principal, área de aço mínima, armadura secundária, os esforços característicos, os momentos fletores atuantes, a posição da linha neutra, a verificação da necessidade de armadura transversal e a verificação das flechas.

4.2 Apresentação

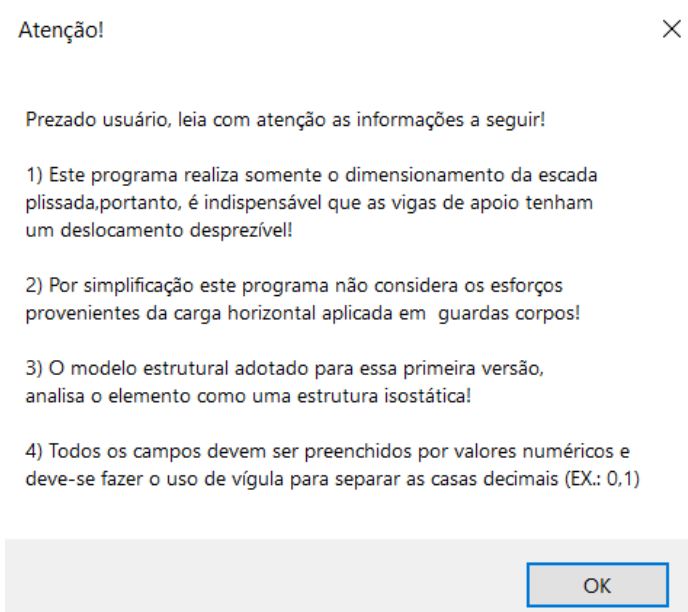
A página inicial do programa (Figura 37) apresenta uma imagem simplificada de uma escada plissada, conta com um botão denominado “Iniciar Dimensionamento” que levará o usuário a uma nova guia onde será apresentado um aviso (Figura 38) e ao fechá-lo será aberta a guia no qual o usuário poderá inserir os dados de entrada e obter os resultados pertinentes. Nesta tela inicial, também são apresentadas as informações de contato das criadoras do *software*, um aviso e um *link* para acessar o site do IFMG – Campus Avançado Piumhi.

Figura 37 - Tela inicial



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 38 - Aviso



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

4.3 Dados de entrada

No canto esquerdo da tela (Figura 39) é possível visualizar o campo destinado a inserção dos dados de entrada. Basicamente os dados de entrada se resumem em: quantidade de pisos e comprimento do patamar (para cada lance), as dimensões dos pisos, espelhos, espessura e largura da escada, peso do revestimento, sobrecarga e do guarda corpo, coeficientes de ponderação de ações, as propriedades do aço e concreto, tipo de barra e o cobrimento adotado.

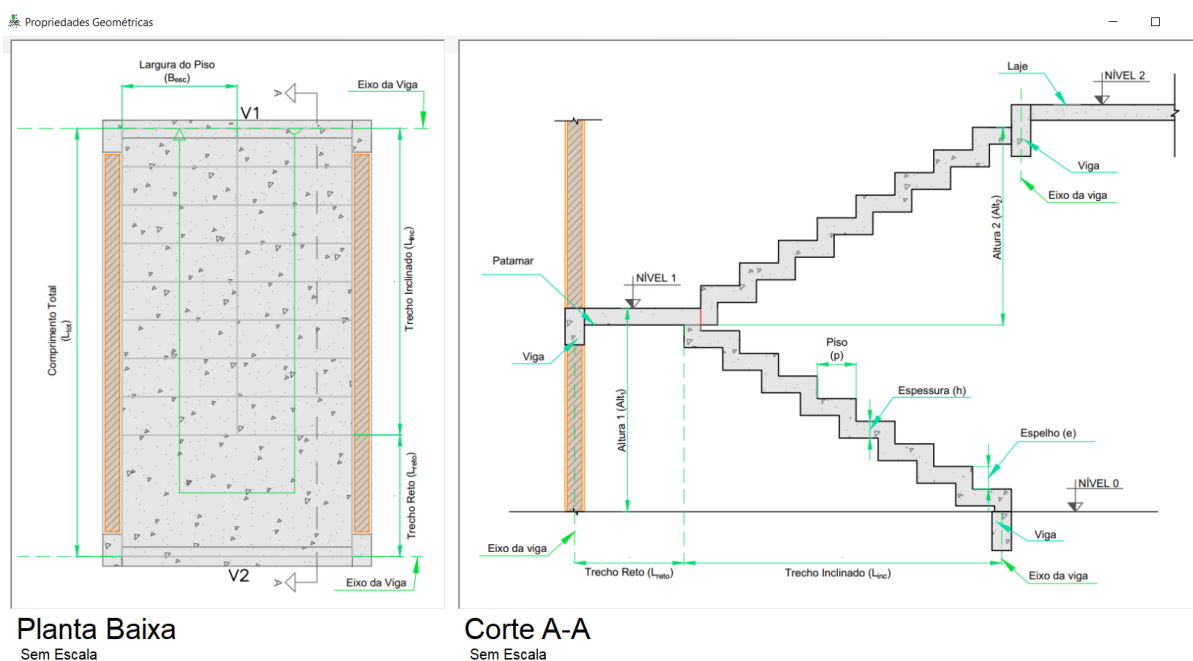
Figura 39 - Guia do usuário

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Caso o usuário tenha dúvidas no momento da inserção de dados ele pode clicar nos botões de auxílio que irão abrir novas guias que terão as informações pertinentes. Para o caso de dúvida nos dados geométricos deve-se clicar no botão “Geometria” que será mostrada uma planta baixa e um corte de uma escada genérica com todas as informações pertinentes (Figura 40). Caso realize a escolha de pisos e espelhos que não atendam aos critérios da NBR 9050:2020 o usuário pode consultar um quadro que será aberta ao clicar no botão “Critérios NBR 9050:2020” (Figura 41). Para a composição de cargas (Figura 42), em caso de dúvidas, pode-se clicar no botão “Composição de cargas”. Já no botão “Materiais” é aberta uma nova janela com

um quadro que apresenta os valores estipulados por norma do coeficiente αE (Figura 43).

Figura 40 - Guia "Geometria"



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 41 - Guia "Critérios NBR 9050:2020"

Crítérios NBR 9050:2020

Tabela: Combinações de Pisos e Espelhos

Critério a)	Critério b) Piso (m)	Critério c) Espelho (m)
0,63	0,28	0,175
0,64	0,28	0,180
0,65	0,28	0,185
0,63	0,29	0,170
0,64	0,29	0,175
0,65	0,29	0,180
0,63	0,30	0,165
0,64	0,30	0,170
0,65	0,30	0,175
0,63	0,31	0,160
0,64	0,31	0,165
0,65	0,31	0,170
0,64	0,32	0,160
0,65	0,32	0,165

Fonte: Arquivo Próprio, 2022.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 42 - Guia " Composição de cargas"

Composição de Cargas

Tabela: Valores Característicos nominais das cargas variáveis

Local	Carga uniformemente distribuída (kN/m²)
Hospitais	3
Residências, hotéis (dentro de unidades autônomas)	2,5
Residências, hotéis (uso comum)	3
Edifícios comerciais, clubes, escritórios, bibliotecas	3
Centros de Exposição	5
Centros de convenções e locais de reunião de pessoas, teatros, igrejas	5
Escolas	3
Cinemas, centros comerciais, shopping centers	4
Servindo arquibancadas	5
Com acesso público	3
Sem acesso público	2,5

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6120:2019.

Tabela: Revestimentos de Piso

Material	Espessura (cm)	Peso (kN/m²)
Piso elevado interno com placas de aço, sem revestimento (até 30 cm de altura)	-	0,5
Piso elevado interno com placas de polipropileno, sem revestimento (até 30 cm de altura)	-	0,15
Revestimentos de pisos de edifícios residenciais e comerciais ($Y_{ap-m} = 20 \text{ kN/m}^2$)	5	1,0
	7	1,4
Revestimentos de pisos de edifícios industriais ($Y_{ap-m} = 34 \text{ kN/m}^2$)	5	1,7
	7	2,4
Y_{ap-m} - Peso específico médio		

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6120:2019.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 43 - Guia "Materiais"

Materiais

Tabela: Materiais

Agregado graúdo	αE
Bassalto e diabásio	1,2
granito e gnaiss	1
calcário	0,9
arenito	0,7

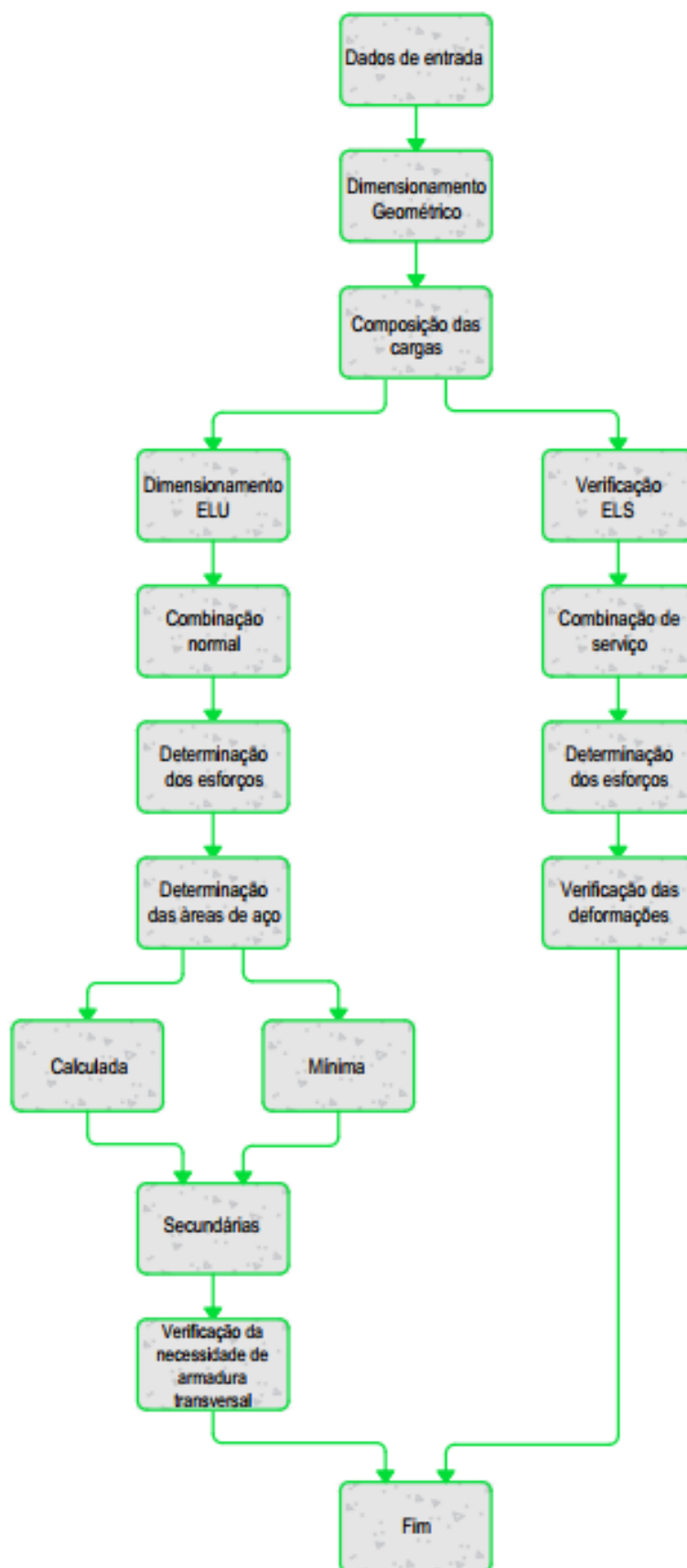
Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118:2014.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

4.4 Rotina de cálculo

Para a criação da rotina de cálculo foram utilizadas as equações descritas no referencial teórico deste trabalho. Após a inserção dos dados de entrada, ao clicar no botão "Dimensionar" serão apresentados os resultados dos cálculos realizados pelo programa. A Figura 44 representa o fluxograma das etapas de cálculo realizadas pelo programa.

Figura 44 - Fluxograma da rotina de cálculo



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

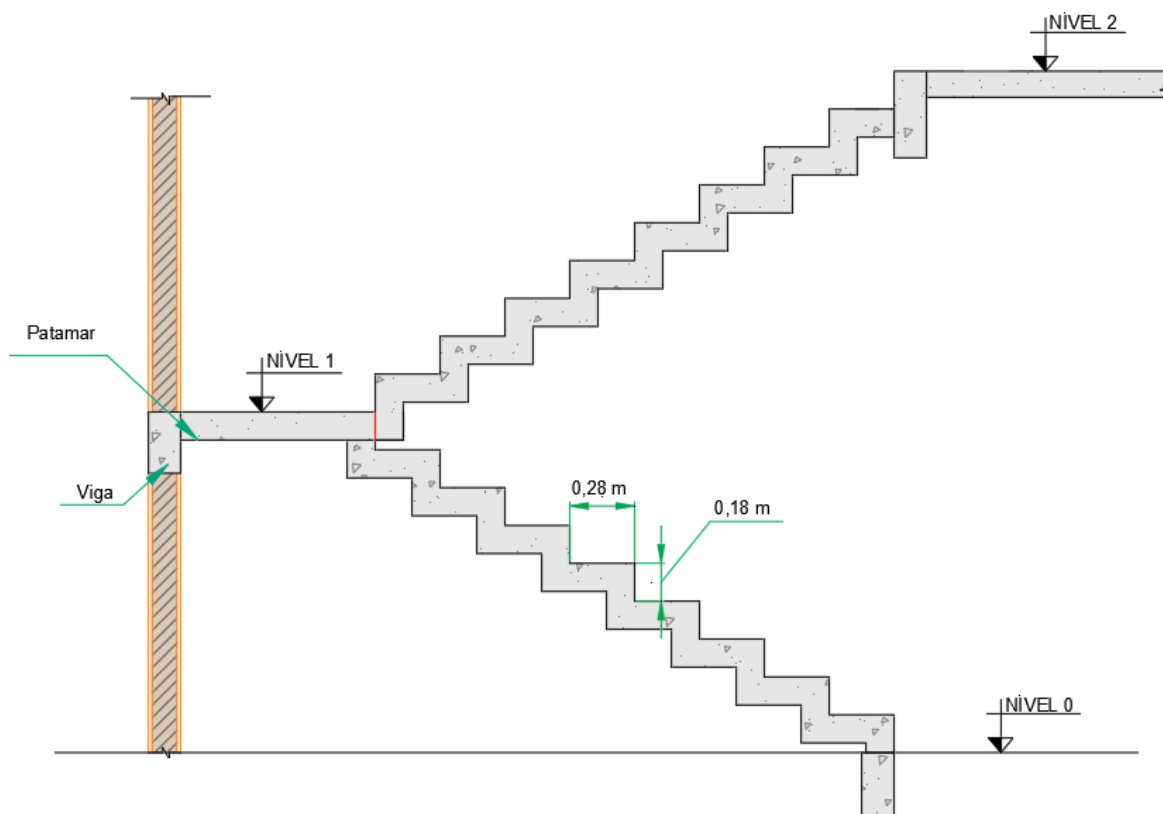
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico foram abordados exemplos práticos de cálculo para a validação do programa desenvolvido. O processo de validação consistiu em realizar diversas simulações e comparar os resultados obtidos manualmente e pelo programa desenvolvido, abaixo serão apresentados 5 exemplos práticos.

5.1 Exemplos prático 1

a) Verifique se as dimensões adotadas para a escada abaixo, atendem às exigências da NBR 9050:2020.

Figura 45 – Exemplo prático 1a



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Solução manual:

De acordo com o item 3.4 deverão ser realizadas 3 verificações (Equação 15, Equação 16 e Equação 17)

- Verificação 1:

$$0,63 \text{ m} \leq p + 2e \leq 0,65 \text{ m}$$

$$V_1 = 0,28 + (2 \cdot 0,18)$$

$$V_1 = 0,64 \text{ m}$$

Como $0,63 \text{ m} < 0,64 < 0,65 \text{ m}$, condição atendida.

- Verificação 2:

$$0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$$

$$V_2 = 0,28$$

Como $0,28 \text{ m} \leq 0,28 \leq 0,32 \text{ m}$, condição atendida.

- Verificação 3:

$$0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m}$$

$$V_3 = 0,18$$

Como $0,16 \text{ m} < 0,18 \leq 0,18 \text{ m}$, condição atendida.

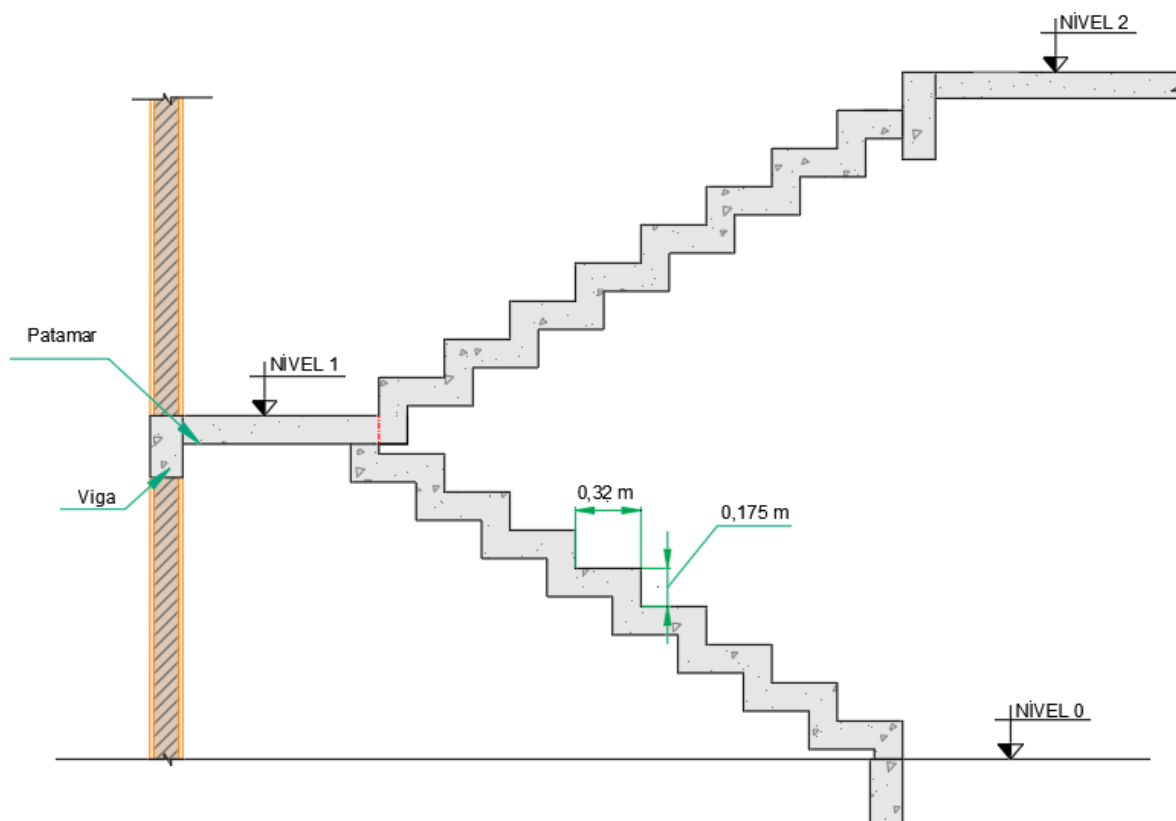
Resultados apresentados pelo *software*:

Figura 46 – Resultados do exemplo prático 1a

Critérios 9050:2020		
a) $0,63 \text{ m} \leq p + 2e \leq 0,65 \text{ m}$	0,64 m	Atende
b) Pisos (p): $0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$	0,28 m	Atende
c) Espelhos (e): $0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m}$	0,18 m	Atende
Nota: Todas as três condições devem ser atendidas!		

b) Verifique se as dimensões adotadas para a escada abaixo, atendem as exigências da NBR 9050:2020.

Figura 47 - Exemplo prático 1b



Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Solução manual:

- Verificação 1:

$$0,63 \, m \leq p + 2e \leq 0,65 \, m$$

$$V_1 = 0,32 + (2 \cdot 0,175)$$

$$V_1 = 0,67 \, m$$

Como $0,63 \, m < 0,67 > 0,65 \, m$, condição não atendida.

- Verificação 2:

$$0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$$

$$V_2 = 0,32$$

Como $0,28 \text{ m} < 0,32 \leq 0,32 \text{ m}$, condição atendida.

- Verificação 3:

$$0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m}$$

$$V_3 = 0,175$$

Como $0,16 \text{ m} < 0,175 < 0,18 \text{ m}$, condição atendida.

Resultados apresentados pelo *software*:

Figura 48 - Resultados do exemplo prático 1b

Critérios 9050:2020		
a) $0,63 \text{ m} \leq p + 2e \leq 0,65 \text{ m}$	0,67 m	Não Atende
b) Pisos (p): $0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$	0,32 m	Atende
c) Espelhos (e): $0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m}$	0,175 m	Atende
Nota: Todas as três condições devem ser atendidas!		

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

5.2 Exemplo prático 2

Realize o dimensionamento e verificações de uma escada com as seguintes condições:

Geometria:

- Espelho: 0,18 m;
- Piso: 0,29 m;
- Largura da escada: 1,2 m;

- Comprimento do patamar para ambos os lances: 1,2 m;
- Quantidade de pisos para ambos os lances: 8 pisos;
- Espessura: 0,12 m.

Composição de cargas:

- Revestimento: 1,2 kN/m²;
- Sobrecarga: 2,5 kN/ m²;
- Guarda corpo: 1 kN/m.

Coeficiente:

- $\psi_1 = 0,4$;
- $\psi_2 = 0,3$.

Propriedades dos materiais:

- Resistência característica do concreto: 25 MPa;
- Coeficiente αE : 1;
- Resistência característica do aço: 50 kN/cm²
- Módulo de elasticidade do aço: 210 GPa;
- Peso específico do concreto: 25 kN/m³;
- Cobrimento: 3 cm;
- Diâmetro da armadura adotado inicialmente: 10 mm;
- Tipo de barra: Nervurada.

Solução manual para ambos os lances:

- Dimensionamento geométrico

Verificação 1:

$$0,63 \text{ m} \leq p + 2e \leq 0,65 \text{ m}$$

$$V_1 = 0,29 + (2 \cdot 0,18)$$

$$V_1 = 0,65 \text{ m}$$

Como $0,63 \text{ m} < 0,65 \leq 0,65 \text{ m}$, condição atendida.

Verificação 2:

$$0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$$

$$V_2 = 0,29$$

Como $0,28 \text{ m} < 0,29 < 0,32 \text{ m}$, condição atendida.

Verificação 3:

$$0,16 \text{ m} \leq 0,18 \leq 0,18 \text{ m}$$

$$V_3 = 0,18$$

Como $0,16 \text{ m} < 0,18 \leq 0,18 \text{ m}$, condição atendida.

- Dimensionamento no ELU

1. Composição de cargas

Peso próprio do lance inclinado (Equação 20) (carga permanente):

$$g_{lance} = \frac{(p + e) \cdot h \cdot \gamma \cdot B_{esc}}{p}$$

$$g_{lance} = \frac{(0,29 + 0,18) \cdot 0,12 \cdot 25 \cdot 1,2}{0,29}$$

$$g_{lance} = 5,8345 \text{ kN/m}$$

Peso próprio do patamar (Equação 24) (carga permanente):

$$g_{pat} = \gamma \cdot h \cdot B_{esc}$$

$$g_{pat} = 25 \cdot 0,12 \cdot 1,2$$

$$g_{pat} = 3,6 \text{ kN/m}$$

Revestimento (carga permanente):

$$g_{rev} = \text{Revestimento} \cdot B_{esc}$$

$$g_{rev} = 1,2 \cdot 1,2$$

$$g_{rev} = 1,44 \text{ kN/m}$$

Sobrecarga (carga variável):

$$q = \text{Sobrecarga} \cdot B_{esc}$$

$$q = 2,5 \cdot 1,2$$

$$q = 3 \text{ kN/m}$$

2. Combinação de ações normais

Cargas permanentes:

- Patamar

$$P_{0,pat} = g_{pat} + g_{rev} + \text{parapeito}$$

$$P_{0,pat} = 3,6 + 1,44 + 1$$

$$P_{0,pat} = 6,04 \text{ kN/m}$$

- Lance

$$P_{0,lance} = g_{lance} + g_{rev} + \text{parapeito}$$

$$P_{0,lance} = 5,8345 + 1,44 + 1$$

$$P_{0,lance} = 8,2745 \text{ kN/m}$$

Como o carregamento do lance foi maior que do patamar, para simplificar o processo de cálculo e estar a favor da segurança $F_{gk} = P_{0,lance}$.

Carga variável:

$$P_{0,var} = q$$

$$P_{0,var} = 3 \text{ kN/m}$$

Cargas permanentes e variáveis:

- Patamar

$$P_{0,pat} = g_{pat} + g_{rev} + \text{parapeito} + q$$

$$P_{0,pat} = 3,6 + 1,44 + 1 + 3$$

$$P_{0,pat} = 9,04 \text{ kN/m}$$

- Lance

$$P_{0,lance} = g_{lance} + g_{rev} + \text{parapeito} + q$$

$$P_{0,lance} = 5,8345 + 1,44 + 1 + 3$$

$$P_{0,lance} = 11,274 \text{ kN/m}$$

Combinação normal (Equação 28):

$$F_d = F_{gk} \cdot \gamma_g + F_{qk} \cdot \gamma_q$$

$$F_d = (8,274 \cdot 1,4) + (3 \cdot 1,4)$$

$$F_d = 15,78 \text{ kN/m}$$

3. Máximo momento atuante (combinação normal)

Comprimento total do lance:

$$L_{tot} = (n_{pisos} \cdot p) + L_{pat}$$

$$L_{tot} = (8 \cdot 0,29) + 1,2$$

$$L_{tot} = 3,52 \text{ m}$$

Máximo momento atuante (Equação 51):

$$M_{d,máx} = \frac{F_d \cdot L_{tot}^2}{8}$$

$$M_{d,máx} = \frac{15,78 \cdot 3,52^2}{8}$$

$$M_{d,máx} = 24,44 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

4. Cálculo da armadura principal

Altura útil (Equação 55):

$$d = h - c_{nom} - \frac{\emptyset_p}{2}$$

$$d = 12 - 3 - \frac{1}{2}$$

$$d = 8,5 \text{ cm}$$

Posição da linha neutra (Equação 14):

$$X_{III} = 1,25 \cdot d \pm \sqrt{1,5625 \cdot d^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{M_{III}}{B_{esc} \cdot f_{cd}}\right))}$$

$$X_{III,pos} = 1,25 \cdot 8,5 + \sqrt{1,5625 \cdot 8,5^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{24,44 \cdot 100}{100 \cdot \frac{2,5}{1,4}}\right))}$$

$$X_{III,pos} = 18,53 \text{ cm}$$

$$X_{III,neg} = 1,25 \cdot 8,5 - \sqrt{1,5625 \cdot 8,5^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{24,44 \cdot 100}{100 \cdot \frac{2,5}{1,4}} \right))}$$

$$X_{III,neg} = 2,71 \text{ cm}$$

Como $X_{III,pos} > h$ logo a posição da linha neutra se encontra fora da seção e como $0 < X_{III,neg} < h$ a posição da linha neutra se encontra dentro da seção, portanto $X_{III} = X_{III,neg} = 2,7155 \text{ cm}$.

Armadura principal (Equação 53):

$$A_{s,p} = \frac{24,44 \cdot 100}{1,2 \cdot \frac{50}{1,15} \cdot (8,5 - 0,4 \cdot 2,71)}$$

$$A_{s,p} \cong 6,32 \text{ cm}^2/m$$

5. Cálculo da armadura mínima (Equação 61)

$$A_{s,min} = (\rho_{min} \cdot 100 \cdot h) \div B_{esc}$$

$$\rho_{min} = \frac{0,15}{100} \text{ (Quadro 16)}$$

$$A_{s,min} = \left(\frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 12 \right) \div 1,2$$

$$A_{s,min} = 1,5 \text{ cm}^2/m$$

Como $A_{s,p} > A_{s,min}$, a área de aço $A_{s,p}$ será adotada para os cálculos.

6. Armadura de distribuição (Equação 62)

$$A_{s,sec} \geq \begin{cases} 0,2 \cdot 6,32 = 1,264 \text{ cm}^2/m \\ 0,9 \text{ cm}^2/m \\ 0,5 \cdot 1,5 = 0,75 \text{ cm}^2/m \end{cases}$$

$$A_{s,sec} = 1,264 \text{ cm}^2/m$$

7. Verificação da necessidade de armadura para combater o esforço cortante (Equação 63)

Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot 25^{2/3}}{1,4}$$

$$\tau_{Rd} = 0,3206 \text{ MPa}$$

Taxa de armadura:

$$\rho_1 = \frac{6,32}{100 \cdot 8,5} \leq |0,02|$$

$$\rho_1 = 0,0074 \leq |0,02|$$

(taxa de armadura por faixa de metro)

$$k = |1,6 - d| \geq 1$$

$$k = |1,6 - 0,085| \geq 1$$

$$k = |1,515| \geq 1$$

Esforço resistente de cálculo para faixa de 1 metro:

$$V_{Rd1} = \left[\frac{0,3206}{10} \cdot 1,515 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0074) \right] \cdot 100 \cdot 8,5$$

$$V_{Rd1} = 61,76 \text{ kN}$$

Esforço solicitante de cálculo para faixa de 1 metro:

$$V_{sd} = \frac{15,78 \cdot 3,52}{2}$$

$$V_{sd} = 27,77 \text{ kN}$$

Como $V_{Rd1} < V_{sd}$ não será necessário o uso de armadura para combater o esforço cortante, portanto condição atendida.

- Verificação ELS – Deformações excessivas

1. Combinação de ações (quase permanente) (Equação 31)

$$F_{d,ser} = F_{gk} + \psi_2 \cdot F_{qk}$$

$$F_{d,ser} = 8,27 + (0,3 \cdot 3)$$

$$F_{d,ser} = 9,17 \text{ kN}$$

Máximo momento atuante (combinação quase permanente):

$$M_{d,máx'} = \frac{F_{d,ser} \cdot L_{tot}^2}{8}$$

$$M_{d,máx'} = \frac{9,17 \cdot 3,52^2}{8}$$

$$M_{d,máx'} = 14,20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

2. Momento de fissuração

Inércia da seção bruta (Equação 73):

$$I_c = \frac{b_{esc} \cdot h^3}{12}$$

$$I_c = \frac{1,2 \cdot 0,12^3}{12}$$

$$I_c \cong 0,0002 \text{ m}^4$$

Resistência média à tração do concreto (Equação 59):

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot 25^{2/3}$$

$$f_{ct,m} = 2,56 \text{ MPa} \cong 2564,96 \text{ MPa}$$

Centro geométrico:

$$y_t = \frac{h}{2}$$

$$y_t = \frac{0,12}{2}$$

$$y_t = 0,06 \text{ m}$$

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t}$$

$$M_r = 11,08 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como $M_{d,máx'} > M_r$, a peça está trabalhando no estágio II e, portanto, deverá ser calculada uma inércia equivalente.

3. Cálculo da posição da linha neutra no estágio II

No dimensionamento realizado anteriormente, a área de aço foi obtida em cm^2/m , para determinar a posição da linha neutra no estágio II, será necessário multiplicar a área de aço obtida pela largura da escada para que se tenha a área de aço total da escada.

$$A_s = A_{s,p} \cdot B_{esc}$$

$$A_s = 6,32 \cdot 1,2$$

$$A_s \cong 7,584 \text{ cm}^2$$

Coeficiente α_i (Equação 70)

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{25}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i \cong 0,8625 \leq 1,0$$

Módulo de elasticidade inicial (Equação 71):

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} = 1 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25}$$

$$E_{ci} = 28000 \text{ MPa}$$

Módulo de deformação secante do concreto (Equação 69):

$$E_{cs} = 0,8625 \cdot 28000$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa}$$

Coefficiente α_e :

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

$$\alpha_e = \frac{210000}{24150}$$

$$\alpha_e \cong 8,6956$$

Posição da linha neutra no estágio II:

$$X_{II} = \frac{-(\alpha_e \cdot A_s) \pm \sqrt{(\alpha_e \cdot A_s)^2 + 2 \cdot B_{esc} \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot d}}{B_{esc}}$$

$$X_{II,pos} = \frac{-(\alpha_e \cdot A_s) + \sqrt{(\alpha_e \cdot A_s)^2 + 2 \cdot B_{esc} \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot d}}{B_{esc}}$$

$$X_{II,pos} = \frac{-(8,6956 \cdot 7,584) + \sqrt{(8,6956 \cdot 7,584)^2 + 2 \cdot 120 \cdot 8,6956 \cdot 7,584 \cdot 8,5}}{120}$$

$$X_{II,pos} \cong 2,55 \text{ cm}$$

$$X_{II,neg} = \frac{-(\alpha_e \cdot A_s) - \sqrt{(\alpha_e \cdot A_s)^2 + 2 \cdot B_{esc} \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot d}}{B_{esc}}$$

$$X_{II,neg} = \frac{-(8,6956 \cdot 7,584) - \sqrt{(8,6956 \cdot 7,584)^2 + 2 \cdot 120 \cdot 8,6956 \cdot 7,584 \cdot 8,5}}{120}$$

$$X_{II,neg} \cong -3,65 \text{ cm}$$

Como $0 < X_{II,pos} < h$ logo a posição da linha neutra se encontra dentro da seção e como $0 > X_{III,neg} < h$ a posição da linha neutra se encontra fora da seção, portanto $X_{II} = X_{II,pos} = 2,55 \text{ cm}$.

Cálculo da inércia no estágio II (Equação 74):

$$I_{II} = \frac{B_{esc} \cdot X_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s,p} \cdot (d - X_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{120 \cdot 2,55^3}{3} + 8,6956 \cdot 7,584 \cdot (8,5 - 2,55)^2$$

$$I_{II} \cong 2997,96 \text{ cm}^4$$

4. Cálculo da inércia equivalente (Equação 68):

$$I_{eq,t0} = \left(\frac{M_r}{M_{d,máx}'} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{d,máx}'} \right)^3 \right] \cdot I_{II}$$

$$I_{eq,t0} \cong 8,22 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

5. Flecha imediata (Equação 67):

$$W_{(t0)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{F_{d,ser}' \cdot l_{tot}^4}{E_{cs} \cdot I}$$

$$W_{(t0)} \cong 9,23 \text{ mm}$$

6. Flecha diferida e total no tempo infinito

Parcela da flecha imediata

$$\xi_{(t0)} = 0,68 \cdot \left(0,996^{\frac{28}{30}} \right) \cdot \frac{28^{0,32}}{30}$$

$$\xi_{(t0)} \cong 0,663$$

(retirada do escoramento aos 28 dias)

$\xi_{(t)} = 2$ para tempo maior que 70 meses

$$\Delta\xi = \xi_{(t)} - \xi_{(t0)}$$

$$\Delta\xi = 2 - 0,663$$

$$\Delta\xi \cong 1,3373$$

$$\Delta_W = \Delta\xi \cdot W_{(t0)}$$

$$\Delta_W = 1,3373 \cdot 9,23$$

$$\Delta_W \cong 12,34 \text{ mm}$$

Flecha total (Equação 75):

$$W = W_{(t0)} + \Delta_W$$

$$W = 9,23 + 12,34$$

$$W = 21,57 \text{ mm}$$

7. Verificações da flecha aos limites sensoriais

Visual:

$$Visual = \frac{l_{tot}}{250}$$

$$Visual = \frac{3,52 \cdot 1000}{250}$$

$$Visual = 14,08 \text{ mm}$$

Como $W > Visual$, condição não atendida, portanto deve-se redimensionar o elemento.

Para a verificação das vibrações é necessário realizar o cálculo da flecha para as combinações Frequentes e Raras.

Combinação Frequente (Equação 32Equação 29):

$$F_{d,serpermanete} = F_{gk} + \psi_1 \cdot F_{qk}$$

$$F_{d,serpermanente} = 8,27 + (0,4 \cdot 3)$$

$$F_{d,serpermanente} = 9,47 \text{ kN}$$

Combinação Rara (Equação 33Equação 29):

$$F_{d,rara} = F_{gk} + F_{qk}$$

$$F_{d,rara} = 8,27 + 3$$

$$F_{d,rara} = 11,27 \text{ kN}$$

O processo de cálculo é realizado de maneira análoga ao da combinação quase permanente, portanto abaixo serão apresentados apenas os resultados finais.

$$W_{vibração} = 23,33 \text{ mm}$$

Verificação do limite:

$$Outros = \frac{l_{tot}}{350}$$

$$Outros = \frac{3,52 \cdot 1000}{350}$$

$$Outros = 10,06 \text{ mm}$$

Como $W > Outros$ condição não atendida, portanto deve-se redimensionar o elemento.

Resultados apresentados pelo *software* (Figura 49, Figura 50 e Figura 51):

Figura 49 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento geométrico)

Critérios 9050:2020		
a) $0,63 \text{ m} \leq p + 2e \leq 0,65 \text{ m}$	0,65 m	Atende
b) Pisos (p): $0,28 \text{ m} \leq p \leq 0,32 \text{ m}$	0,29 m	Atende
c) Espelhos (e): $0,16 \text{ m} \leq e \leq 0,18 \text{ m}$	0,18 m	Atende
Nota: Todas as três condições devem ser atendidas!		

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 50 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento e verificações do trecho 1)

Trecho 1	
Carregamento característico Patamar: 9,04 kN/m Lance: 11,274 kN/m Adotado: 11,274 kN/m	Máximos momentos de cálculo Combinação normal: 24,446 kN.m Combinação quase permanente: 14,209 kN.m Momento de Fissuração: 11,081 kN.m
Armadura Principal Área de aço calculada: 6,32 cm ² /m Área de aço mínima: 1,5 cm ² /m Área de aço adotada: 6,32 cm²/m	Linha neutra: x: 2,715 cm Flechas (28 dias) Imediata: 9,229 mm Diferida após 70 meses: 12,342 mm Total: 21,571 mm Vibração: 23,322 mm
Armadura de distribuição 20% da área de aço principal: 1,264 cm ² /m 0,9 cm ² /m: 0,9 cm ² /m 50% da área de aço mínima: 0,75 cm ² /m Área de aço adotada: 1,264 cm²/m	Verificação da flecha total Visual (l/250): Não passou Vibrações (l/350): Não passou
Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante Cortante solicitante de cálculo: 27,779 kN Cortante resistente de cálculo: 61,825 kN Condição atendida	

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Figura 51 - Resultados do exemplo prático 2 (dimensionamento e verificações do trecho 2)

Trecho 2	
Carregamento característico Patamar: 9,04 kN/m Lance: 11,274 kN/m Adotado: 11,274 kN/m	Máximos momentos de cálculo Combinação normal: 24,446 kN.m Combinação quase permanente: 14,209 kN.m Momento de Fissuração: 11,081 kN.m
Armadura Principal Área de aço calculada: 6,32 cm ² /m Área de aço mínima: 1,5 cm ² /m Área de aço adotada: 6,32 cm²/m	Linha neutra: x: 2,715 cm Flechas (28 dias) Imediata: 9,229 mm Diferida após 70 meses: 12,342 mm Total: 21,571 mm Vibração: 23,322 mm
Armadura de distribuição 20% da área de aço principal: 1,264 cm ² /m 0,9 cm ² /m: 0,9 cm ² /m 50% da área de aço mínima: 0,75 cm ² /m Área de aço adotada: 1,264 cm²/m	Verificação da flecha total Visual (l/250): Não passou Vibrações (l/350): Não passou
Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante Cortante solicitante de cálculo: 27,779 kN Cortante resistente de cálculo: 61,825 kN Condição atendida	

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

5.3 Exemplo prático 3

Realize o dimensionamento e as verificações da escada do exemplo anterior, porém adotando uma escada com 15 pisos.

Solução manual para ambos os lances:

1. Máximo momento atuante (combinação normal)

Comprimento total do lance:

$$L_{tot} = (n_{pisos} \cdot p) + L_{pat}$$

$$L_{tot} = (15 \cdot 0,29) + 1,2$$

$$L_{tot} = 5,55 \text{ m}$$

Máximo momento atuante (Equação 51):

$$M_{d,máx} = \frac{F_d \cdot L_{tot}^2}{8}$$

$$M_{d,máx} = \frac{15,7843 \cdot 5,55^2}{8}$$

$$M_{d,máx} = 60,77 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

2. Cálculo da armadura principal

Altura útil (Equação 55):

$$d = h - c_{nom} - \frac{\emptyset_p}{2}$$

$$d = 12 - 3 - \frac{1}{2}$$

$$d = 8,5 \text{ cm}$$

Posição da linha neutra (Equação 14):

$$X_{III} = 1,25 \cdot d \pm \sqrt{1,5625 \cdot d^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{M_{III}}{B_{esc} \cdot f_{cd}}\right))}$$

$$X_{III,pos} = 1,25 \cdot 8,5 + \sqrt{1,5625 \cdot 8,5^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{60,77 \cdot 100}{100 \cdot \frac{2,5}{1,4}}\right))}$$

$X_{III,pos}$ = número imaginário (raíz negativa)

$$X_{III,neg} = 1,25 \cdot 8,5 - \sqrt{1,5625 \cdot 8,5^2 - (3,6765 \cdot \left(\frac{60,77 \cdot 100}{100 \cdot \frac{2,5}{1,4}} \right))}$$

$X_{III,neg}$ = número imaginário (raíz negativa)

Como $X_{III,pos}$ e $X_{III,neg}$ possuem valores que não se encontram na seção, não é possível prosseguir com o cálculo, portanto é recomendado que o leitor aumente a espessura da escada para que seja possível determinar a posição da linha neutra.

Resultados apresentados pelo software (Figura 52):

Figura 52 - Resultado do exemplo prático 3

Trecho 1		Trecho 2	
Carregamento característico		Carregamento característico	
Patamar:	9,04 kN/m	Patamar:	9,04 kN/m
Lance:	11,274 kN/m	Lance:	11,274 kN/m
Adotado:	11,274 kN/m	Adotado:	11,274 kN/m
Máximos momentos de cálculo		Máximos momentos de cálculo	
Combinação normal	60,772 kN.m	Combinação normal	60,772 kN.m
Combinação quase permanente	35,323 kN.m	Combinação quase permanente	35,323 kN.m
Momento de Fissuração	11,081 kN.m	Momento de Fissuração	11,081 kN.m
Armadura Principal		Armadura Principal	
Área de aço calculada:	x Aumente a espessura (h)	Área de aço calculada:	x Aumente a espessura (h)
Área de aço mínima:		Área de aço mínima:	
Área de aço adotada		Área de aço adotada	
Armadura de distribuição		Armadura de distribuição	
20% da área de aço principal		20% da área de aço principal	
0,9 cm²/m		0,9 cm²/m	
50% da área de aço mínima:		50% da área de aço mínima:	
Área de aço adotada		Área de aço adotada	
Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante		Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante	
Cortante solicitante de cálculo		Cortante solicitante de cálculo	
Cortante resistente de cálculo		Cortante resistente de cálculo	
Linha neutra:		Linha neutra:	
x Aumente a espessura (h)		x Aumente a espessura (h)	
Flechas (28 dias)		Flechas (28 dias)	
Imediata		Imediata	
Diferida após 70 meses		Diferida após 70 meses	
Total		Total	
Vibração		Vibração	
Verificação da flecha total		Verificação da flecha total	
Visual (l/250)		Visual (l/250)	
Vibrações (l/350)		Vibrações (l/350)	

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

5.4 Exemplo prático 4

Realize novamente o cálculo do momento de fissuração do exemplo dois, porém, utilizando barra lisa.

Solução Manual:

Momento de fissuração:

$$M_r = \left(\frac{1,5 \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \right) \div 2$$

$$M_r = 5,54 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como foram utilizadas barras lisas, o momento de fissuração deverá ser reduzido pela metade conforme foi abordado no decorrer do trabalho.

Resultados apresentados pelo *software* (Figura 53):

Figura 53 - Resultado do exemplo prático 4

Trecho 1		Trecho 2	
Carregamento característico		Carregamento característico	
Patamar:	9,04 kN/m	Patamar:	9,04 kN/m
Lance:	11,274 kN/m	Lance:	11,274 kN/m
Adotado	11,274 kN/m	Adotado	11,274 kN/m
Máximos momentos de cálculo		Máximos momentos de cálculo	
Combinação normal	24,446 kN.m	Combinação normal	24,446 kN.m
Combinação quase permanente	14,209 kN.m	Combinação quase permanente	14,209 kN.m
Momento de Fissuração	5,5405 kN.m	Momento de Fissuração	5,5405 kN.m

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

5.5 Exemplo prático 5

Realize o dimensionamento da escada do exemplo prático 2 (tópico 5.2) considerando uma espessura de 15 cm.

Solução Manual:

O processo de cálculo é o mesmo realizado no exemplo prático 2, para que não fique repetitivo, abaixo serão apresentados os apenas os resultados calculados manualmente.

- Dimensionamento no ELU

1. Composição de cargas

$$g_{lance} = 7,2931 \text{ kN/m}$$

Peso próprio do patamar (Equação 24) (carga permanente):

$$g_{pat} = 4,5 \text{ kN/m}$$

Revestimento (carga permanente):

$$g_{rev} = 1,44 \text{ kN/m}$$

Sobrecarga (carga variável):

$$q = 3 \text{ kN/m}$$

2. Combinação de ações normais

Cargas permanentes:

- Patamar

$$P_{0,pat} = 6,94 \text{ kN/m}$$

- Lance

$$P_{0,lance} = 9,7331 \text{ kN/m}$$

Como o carregamento do lance foi maior que do patamar, para simplificar o processo de cálculo e estar a favor da segurança $F_{gk} = P_{0,lance}$.

Carga variável:

$$P_{0,var} = 3 \text{ kN/m}$$

Cargas permanentes e variáveis:

- Patamar

$$P_{0,pat} = 9,94 \text{ kN/m}$$

- Lance

$$P_{0,lance} = 12,7331 \text{ kN/m}$$

Combinação normal (Equação 28):

$$F_d = 17,8263 \text{ kN/m}$$

3. Máximo momento atuante (combinação normal)

Comprimento total do lance:

$$L_{tot} = 3,52 \text{ m}$$

Máximo momento atuante (Equação 51):

$$M_{d,máx} = 27,6094 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

4. Cálculo da armadura principal

Altura útil (Equação 55):

$$d = 9,5 \text{ cm}$$

Posição da linha neutra (Equação 14):

$$X_{III,pos} = 21,0496 \text{ cm}$$

$$X_{III,neg} = 2,7004 \text{ cm}$$

Como $X_{III,pos} > h$ logo a posição da linha neutra se encontra fora da seção e como $0 < X_{III,neg} < h$ a posição da linha neutra se encontra dentro da seção, portanto $X_{III} = X_{III,neg} = 2,7004 \text{ cm}$.

Armadura principal (Equação 53):

$$A_{s,p} \cong 6,2849 \text{ cm}^2/\text{m}$$

5. Cálculo da armadura mínima (Equação 61)

$$A_{s,min} = 1,875 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como $A_{s,p} > A_{s,min}$, a área de aço $A_{s,p}$ será adotada para os cálculos.

6. Armadura de distribuição (Equação 62)

$$A_{s,sec} = 1,257 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7. Verificação da necessidade de armadura para combater o esforço cortante (Equação 63)

Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento:

$$\tau_{Rd} = 0,3206 \text{ MPa}$$

Taxa de armadura:

$$\rho_1 = 0,006616 \leq |0,02|$$

(taxa de armadura por faixa de metro)

$$k = |1,505| \geq 1$$

Esforço resistente de cálculo para faixa de 1 metro:

$$V_{Rd1} = 67,14 \text{ kN}$$

Esforço solicitante de cálculo para faixa de 1 metro:

$$V_{sd} = 31,37 \text{ kN}$$

Como $V_{Rd1} < V_{sd}$ não será necessário o uso de armadura para combater o esforço cortante, portanto condição atendida.

- Verificação ELS – Deformações excessivas

8. Combinação de ações (quase permanente) (Equação 32)

$$F_{d,ser} = 10,6331 \text{ kN}$$

Máximo momento atuante (combinação quase permanente):

$$M_{d,máx'} = 16,4686 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

9. Momento de fissuração

Inércia da seção bruta (Equação 73):

$$I_c \cong 0,0003 \text{ m}^4$$

Resistência média à tração do concreto (Equação 59):

$$f_{ct,m} = 2,56 \text{ MPa} \cong 2564,96 \text{ MPa}$$

Centro geométrico:

$$y_t = 0,075 \text{ m}$$

Momento de fissuração:

$$M_r = 17,3135 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como $M_{d,máx'} < M_r$, a peça está trabalhando no estágio I e, portanto, deverá ser calculada uma inércia da seção bruta.

10. Cálculo da posição da linha neutra no estágio II

No dimensionamento realizado anteriormente, a área de aço foi obtida em cm^2/m , para determinar a posição da linha neutra no estágio II, será necessário multiplicar a área de aço obtida pela largura da escada para que se tenha a área de aço total da escada.

$$A_s \cong 7,5419 \text{ cm}^2$$

Coeficiente α_i (Equação 70)

$$\alpha_i \cong 0,8625 \leq 1,0$$

Módulo de elasticidade inicial (Equação 71):

$$E_{ci} = 28000 \text{ MPa}$$

Módulo de deformação secante do concreto (Equação 69):

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa}$$

Coeficiente α_e :

$$\alpha_e \cong 8,6956$$

11. Flecha imediata (Equação 67):

$$W_{(t0)} \cong 2,6078 \text{ mm}$$

12. Flecha diferida e total no tempo infinito

Parcela da flecha imediata

$$\xi_{(t0)} \cong 0,663$$

(retirada do escoramento aos 28 dias)

$$\xi_{(t)} = 2 \text{ para tempo maior que 70 meses}$$

$$\Delta_W \cong 3,4875 \text{ mm}$$

Flecha total (Equação 75):

$$W = 6,0954 \text{ mm}$$

$$W_{vibração} = 4,516 \text{ mm}$$

13. Verificações da flecha aos limites sensoriais

Visual:

$$Visual = 14,08 \text{ mm}$$

Como $W < Visual$, condição atendida, portanto deve-se redimensionar o elemento.

Outros:

$$Outros = 10,06 \text{ mm}$$

Como $W < Outros$ condição atendida, portanto deve-se redimensionar o elemento.

Os resultados obtidos no *software* podem ser observados na Figura 54 abaixo:

Figura 54 – Resultados do exemplo prático 5

Trecho 1		Trecho 2	
Carregamento característico		Carregamento característico	
Patamar:	9,94 kN/m	Patamar:	9,94 kN/m
Lance:	12,733 kN/m	Lance:	12,733 kN/m
Adotado	12,733 kN/m	Adotado	12,733 kN/m
Máximos momentos de cálculo		Máximos momentos de cálculo	
Combinação normal	27,609 kN.m	Combinação normal	27,609 kN.m
Combinação quase permanente	16,468 kN.m	Combinação quase permanente	16,468 kN.m
Momento de Fissuração	17,314 kN.m	Momento de Fissuração	17,314 kN.m
Armadura Principal		Armadura Principal	
Área de aço calculada:	4,971 cm ² /m	Área de aço calculada:	4,971 cm ² /m
Área de aço mínima:	1,875 cm ² /m	Área de aço mínima:	1,875 cm ² /m
Área de aço adotada	4,971 cm ² /m	Área de aço adotada	4,971 cm ² /m
Linha neutra:		Linha neutra:	
x	2,136 cm	x	2,136 cm
Flechas (28 dias)		Flechas (28 dias)	
Imediata	2,608 mm	Imediata	2,608 mm
Diferida após 70 meses	3,488 mm	Diferida após 70 meses	3,488 mm
Total	6,096 mm	Total	6,096 mm
Vibração	4,516 mm	Vibração	4,516 mm
Verificação da flecha total		Verificação da flecha total	
Visual (l/250)	Passou	Visual (l/250)	Passou
Vibrações (l/350)	Passou	Vibrações (l/350)	Passou
Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante		Verificação da dispensa de armadura para esforço cortante	
Cortante solicitante de cálculo	31,374 kN	Cortante solicitante de cálculo	31,374 kN
Cortante resistente de cálculo	75,172 kN	Cortante resistente de cálculo	75,172 kN
Condição atendida		Condição atendida	

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos resultados obtidos é possível dizer que a pesquisa alcançou resultados satisfatórios, entretanto, o *software* possui algumas limitações para situações em que é necessário adicionar estribos, uma vez que o programa não calcula a área de aço necessária, pois, não é muito comum o uso desse tipo de armadura em escadas. Outra limitação que se pode destacar do programa é o fato da não realização do detalhamento das armaduras para o usuário, entretanto, ele traz uma representação esquemática de como deve ser realizado o detalhamento/montagem das armaduras.

Os resultados dos dimensionamentos geométricos realizados manualmente e pelo *software* foram compatíveis, e não apresentaram nenhuma variação decimal devido aos valores utilizados não possuírem arredondamento. Ao realizar o cálculo manual e analisar os resultados, pôde-se observar que os valores apresentados pelo programa estão de acordo com os cálculos desenvolvidos no decorrer do exemplo. Um ponto importante de ser observado e que pode causar diferenças nos resultados, são as considerações de arredondamento realizados no decorrer dos cálculos manuais.

Por fim, pode-se concluir que o trabalho em si atingiu seu objetivo e mostra que a automação dos cálculos auxilia no dia-a-dia dos profissionais/estudantes, trazendo agilidade e produtividade no processo, entretanto, o mesmo não substitui um profissional qualificado, pois, as rotinas computacionais seguem lógicas de cálculos e análises, sendo necessário que aquele que as usa seja crítico para determinar se o resultado apresentado está de acordo com o esperado.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para aqueles que tenham interesse na área de programação de computadores e de dimensionamento de escadas, alguns temas sugeridos para trabalhos futuros são:

- Dimensionamento de escada plissada em “L”, “O” ou autoportante;
- Análise estrutural de escadas helicoidais;
- Automatização dos desenhos a partir dos cálculos;

- Dimensionamento de escadas espinha de peixe;
- Dimensionamento de escadas com degraus em balanço;
- Dimensionamento e detalhamento de escadas de outros materiais (aço, madeira, entre outros).
- Verificações de serviço utilizando o método CEB.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. C. F. **Estruturas Isostáticas**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2009. v. 1.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, 2014. V.1, 4.ed.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, 2014. V.2, 4.ed.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, 2014. V.4, 4.ed.

ASCENCIO, A. F. G.; CAMPOS, E. A. V. **Fundamentos da programação de computadores**: algoritmos, PASCAL, C/C++ (padrão ANSI) e JAVA. 3. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimentos. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9050**: Acessibilidade de edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. Rio de Janeiro: ABNT, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9077**: Saídas de emergências em edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2001.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do concreto armado**. Bauru: UNESP, 2019. Disponível em: <https://www.feb.unesp.br/pbastos/>. Acesso em: 25 abr. 2022.

CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118:2014. São Carlos: EduFSCar, 2014. 4. ed.

CLARK, Dan. **Introdução à programação orientada a objetos com Visual Basic .NET**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2003.

CORPO DE BOBEIROS DO ESTADO DE MINAS GERAIS. **IT-08**: Saídas de emergências em edificações. Minas Gerais: CBMMG, 2021. 2. ed.

DEITEL, H. M.; DEITEL, P.J. **C++: como programar**. Tradução Edson Furmankiewicz; revisão técnica Fábio Lucchini. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

HIBBELER, R. C. **Análise das estruturas**. Tradução Jorge Ritter; revisão técnica Pedro Viana. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013. 8 ed. norte-americana.

LEET, Kenneth M; UANG, Chia-Ming; GILBERT, Anne M. **Fundamentos da análise estrutural**. Tradução João Eduardo Nóbrega Tortello; revisão técnica: Pedro V. P. Mendonça. – Porto Alegre: AMGH, 2010. 3.ed.

LEONHARDT, F; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Tradução de David Fridman, revisão técnica de João Luís Escosteguy Merino e Pedro Paulo Sayão Berreto. Rio de Janeiro: Interciência, 2008. V.1, 2. reimpr.

LOTAR, A. **Como programar com ASP.Net e C#**. São Paulo: Novatec Editora, 2010. 2.ed.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, EESC-USP, 2007.

PORTELA, Enson. **Cálculo de flecha, ancoragem e emendas por traspasse**. Fortaleza, 2022. *E-book*. Disponível em: https://aprendaengenharia.kpages.online/DOWNLOAD_ANCORAGEM. Acesso em: 28 ago. 2022.

SAVITCH, W.J. **C++ absoluto**. Tradução Claudia Martins; revisão técnica Oswaldo Ortiz Fernandes Jr. São Paulo: Addison Wesley, 2004.